

Lippstadt und Kapstadt greifen zu den Sternen – Bestimmung von Erdgröße und Mondentfernung mit einfachen Mitteln

Projekt einer Schülergruppe der Stufe 10 des *Evangelischen Gymnasiums Lippstadt* in Zusammenarbeit mit der *Sans Souci Girls Highschool Kapstadt*

Dr. Daniel Ahrens

Im Folgenden möchte ich von einem Projekt berichten, das ich vor nunmehr 4 Jahren mit einer Schülergruppe am *Evangelischen Gymnasium Lippstadt* durchgeführt habe. Außerhalb der Unterrichtszeit bestimmten wir mit sehr einfachen Mitteln die Größe der Erde und die Entfernung zwischen Erde und Mond.

Anlass war ein bundesweiter Wettbewerb, den das Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung hatte Ende 2003 unter dem Thema **alle für EINE WELT – EINE WELT für alle** ausgeschrieben hatte. Dabei ging es um Chancen und Gefahren der Globalisierung. Alle Fächer waren aufgerufen, Darstellungen fachbezogener und Fächer verbindender Unterrichtsvorhaben wie auch Schulprojekte bzw. Kooperationen mit außerschulischen Institutionen einzureichen. Unsere Idee war es seinerzeit zu zeigen, dass das Thema *Globalisierung* in der Schule nicht nur den Gesellschaftswissenschaften und dem Fach Religion „gehört“, sondern dass auch die Naturwissenschaften – in unserem Fall die Astronomie – einen sehr sinnvollen Beitrag leisten kann.

Wir haben damals gezeigt, dass man ohne ‚Hightech‘ - also mit einfachsten Mitteln - die Größe des Erdballes und die Entfernung zwischen Erde und Mond bestimmen kann, vorausgesetzt, man beobachtet messend die Sonne und den Mond von zwei möglichst weit auseinander liegenden Orten der Erde aus. Dank eines Auslandsaufenthaltes einer Mitschülerin konnten wir Kontakt mit einer Schulklasse in Kapstadt aufnehmen. Beide Gruppen haben über mehrere Wochen einfache astronomische Messungen durchgeführt. Die Messungen jeder einzelnen Gruppe waren dabei für unser Vorhaben zunächst wertlos; weder von Lippstadt, noch von Kapstadt aus lässt sich mit dieser Messung die Größe der Erde oder die Entfernung zwischen Erde und Mond bestimmen. Mit den Werten *beider* Gruppen aber war es möglich, die gesuchten Größen zu ermitteln. Auch die Naturwissenschaften brauchen eben gelegentlich den Handschlag zwischen Nord und Süd!

Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag		
Astronomie	Positionsastronomie, Astropraxis	Parallaxe, Größen- und Entfernungsmessungen für astronomische Dimensionen, Sonnenuhr, Mondbewegung, Messmethoden, Mondentfernung, Erdradius, Eratosthenes
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma, Astro-Info, Astro-Kunst, Astro-Fremdsprache	Winkelmessungen am Himmel, Trigonometrie, Erstellen einer englischsprachigen Power-Point-Präsentation, künstlerisches Gestalten (vgl. z.B. Abb. 1)

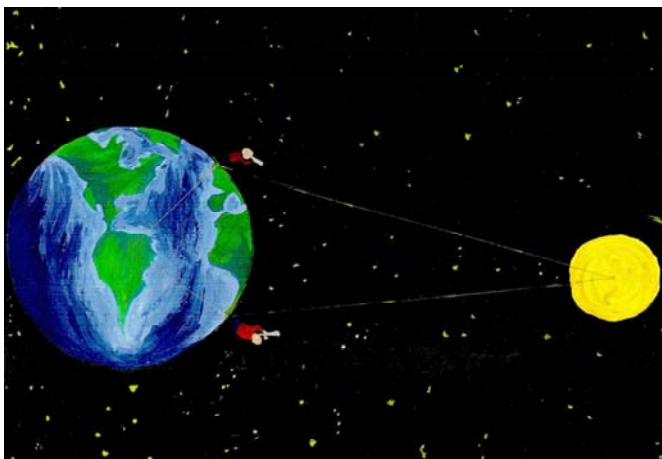


Abbildung 1: Um die Entfernung zwischen Erde und Mond bestimmen zu können, haben wir den Mond von zwei weit auseinander liegenden Orten der Erde aus quasi „in die Zange genommen“.

Vorwort:

„alle für EINE WELT – EINE WELT für alle“

Das Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung hat Ende 2003 unter dem Thema „**alle für EINE WELT – EINE WELT für alle**“ einen Schulwettbewerb ausgeschrieben. Dabei ging es um Chancen und Gefahren der Globalisierung. Alle Fächer waren aufgerufen, Darstellungen fachbezogener und Fächer verbindender Unterrichtsprojekte wie auch Schulprojekte bzw. Kooperationen mit außerschulischen Institutionen einzureichen. Das Echo war imposant, beteiligten sich doch bundesweit mehr als 21000 Schülerinnen und Schüler an diesem von Altbundespräsident Johannes Rau initiierten Wettbewerb. Umso mehr war die teilnehmende Gruppe von Zehntklässlern des Lippstädter EG unter meiner Leitung überrascht und stolz, den zweiten Platz belegt zu haben.



Abb. 2: Das Wettbewerbsteam des EG

terrichtsvorhaben wie auch Schulprojekte bzw. Kooperationen mit außerschulischen Institutionen einzureichen. Das Echo war imposant, beteiligten sich doch bundesweit mehr als 21000 Schülerinnen und Schüler an diesem von Altbundespräsident Johannes Rau initiierten Wettbewerb. Umso mehr war die teilnehmende Gruppe von Zehntklässlern des Lippstädter EG unter meiner Leitung überrascht und stolz, den zweiten Platz belegt zu haben.



Abb. 3: Preisverleihung durch Johannes Rau in Berlin

Anfang Juni 2004 folgten wir dann der Einladung nach Berlin, um im Rahmen eines Festaktes aus der Hand von Altbundespräsident Johannes Rau eine Urkunde und 2000 Euro Preisgeld entgegenzunehmen.

Im Folgenden ist unser Beitrag in voller Länge abgedruckt.

$$\text{„}1 + 1 = 384000\text{“}$$

Lippstadt und Kapstadt
blicken gemeinsam an
den Himmel



&



Ein Wettbewerbsbeitrag der Astronomiegruppe der Stufe 10
des *Evangelischen Gymnasiums Lippstadt* in Zusammenarbeit
mit der *Sans Souci Girls Highschool Kapstadt*

April 2004

Inhalt

I. Leitidee

Zusammenarbeit zwischen Nord und Süd - auch in den Naturwissenschaften

II. Das Vorhaben

1. Eratosthenes nachmessen: Die Größe des Erdballs
2. Lalande / Lacaille nachmessen: Die Entfernung zum Mond

III. Die Akteure

1. Die beiden Gruppen
2. Die Korrespondenz

IV. Die Ergebnisse

1. Die Messwerte
 - a. Der Erdumfang
 - b. Die Entfernung zum Mond
2. Die Präsentation für die Kapstädter Schülerinnen

V. Nachwort des betreuenden Lehrers

I. Leitidee: Zusammenarbeit zwischen Nord und Süd - auch in den Naturwissenschaften

Wir – eine Gruppe engagierter Zehntklässler – wollen zeigen, dass das Thema Globalisierung in der Schule nicht nur den Gesellschaftswissenschaften und dem Fach Religion „gehört“, sondern dass auch die Naturwissenschaften – in unserem Fall die Astronomie – einen, wie wir finden, sehr sinnvollen Beitrag leisten kann.

Unser Wettbewerbsbeitrag wird zeigen, dass man ohne ‚Hightech‘ - also mit einfachsten Mitteln - die Größe des Erdballes und die Entfernung zwischen Erde und Mond bestimmen kann, vorausgesetzt, man beobachtet messend die Sonne und den Mond von zwei möglichst weit auseinander liegenden Orten der Erde aus. Dank eines Auslandsaufenthaltes einer Mitschülerin haben wir mit einer Schulklasse in Kapstadt Kontakt aufgenommen. Beide Gruppen haben über mehrere Wochen einfache astronomische Messungen durchgeführt. Die Messungen jeder einzelnen Gruppe sind für sich alleine wertlos, weder von Lippstadt, noch von Kapstadt aus lässt sich mit dieser Messung die Größe der Erde oder die Entfernung zwischen Erde und Mond bestimmen. Erst gemeinsam, nachdem man die Werte beider Gruppen kennt, ist es möglich, die gesuchten Größen zu ermitteln. In der Astronomie kann also 1 (wir hier in Lippstadt) plus 1 (die Schülerinnen der Sans Souci Highschool in Kapstadt) durchaus 384000 ergeben, das ist nämlich die Distanz zwischen Erde und Mond in Kilometern. Auch die Naturwissenschaften brauchen eben den Handschlag zwischen Nord und Süd!

Natürlich wollten wir die Mädchenklasse in Südafrika nicht einfach messen lassen, ohne dass sie genau wissen, wofür und warum sie dies tun. So hatten wir hier in Lippstadt dann zusätzlich die Aufgabe, den Südafrikanerinnen per PowerPoint-Präsentation in ihrer Sprache, also auf Englisch(!), zu erläutern, wie wir mit Hilfe der Messwerte die gesuchten Größen bestimmt haben.

Der Schwerpunkt unserer Arbeit wandelte sich vom Verstehenmüssen der Messmethoden, über Planung und Durchführung der Messungen hin zum Erstellen der Präsentation. Die vorliegende Mappe soll unser Vorgehen nur knapp kommentieren, der eigentliche Schwerpunkt unserer Arbeit ist sie nicht.

II. Das Vorhaben

1. Eratosthenes nachmessen: Die Größe des Erdballs

Sicherlich kann man, um dieser Frage nach zugehen, einfach auf Medien wie Internet oder Sachbücher zurückgreifen, doch schon bevor diese Medien erfunden worden sind, konnten Menschen diese Frage bereits beantworten.

Der erste Mensch, der im westlichen Kulturkreis mit Hilfe astronomischer Beobachtungen den ungefähren Umfang der Erde berechnet hat, war der Grieche Eratosthenes (284 v.Chr. - 200 v.Chr.).

Er hatte herausgefunden, dass sich die Sonne am selben Tag und zur gleichen Zeit an Orten mit unterschiedlicher geographischer Breite unterschiedlich hoch über dem Horizont befindet. Er berechnete den Erdumfang, indem er den Schatten eines senkrecht stehenden Gegenstandes beim Zeitpunkt des Sonnenhöchststandes in Alexandria und in Kyene maß. Aus dem Verhältnis von Schatten und Stablänge berechnete er jeweils den Winkel zwischen Horizont und Sonne. Er stellte eine Winkeldifferenz von $7,2^\circ$ fest. Da er wusste, dass $7,2^\circ$ ein Fünfzigstel des Kreises (360°) sind, schloss er, dass die Entfernung zwischen Alexandria und Kyene auch einem Fünfzigstel des Erdumfanges entspricht. Eratosthenes maß nun auf einer mühsamen Reise die Entfernung zwischen Alexandria und Kyene zu 5.000 Stadien¹. Diesen Wert multiplizierte er mit 50 und bekam somit für den Erdumfang 250000 Stadien oder 46250 km heraus, was dem wirklichen Wert von 40000 km ziemlich nahe kommt.

Diese Messung wollten wir nachmachen. Dazu benötigten wir eine Schülergruppe, die ebenso wie wir zur Mittagszeit den Winkel der Sonne über dem Horizont misst. Unsere Partnergruppe sollte möglichst weit südlich von Lippstadt wohnen, am besten auf der Südhalbkugel unserer Erde. Im Längengrad sollten sich die beiden Orte aber möglichst nicht (oder nur wenig) unterscheiden, um Zeitverschiebungen klein zu halten². Zum Glück war Jana, ein Mitglied unserer Gruppe, letztes Jahr in Südafrika. Sie konnte sehr leicht einen Kontakt zu ihrer ehemaligen Austauschklasse und deren science-teacher Jane Behne herstellen. So ist es uns gelungen, die historische Messung des Eratosthenes mit Schülerinnen der Sans Souci Girls Highschool in Cape Town (Kapstadt) zu wiederholen.

¹ Eine Stadie entspricht etwa 185 m.

² Das ist wichtig, da die Sonne – viel deutlicher aber noch der Mond – während dieser Zeitdifferenz der Messungen ihre Position auf der Ekliptik verändert. Dies verfälscht die Messwerte.

2. Lalande / Lacaille nachmessen: Die Entfernung zum Mond

In einem Astronomiebuch von Martin Wagenschein³ haben wir im Physikunterricht den Vorschlag gelesen, mit einfachen Mitteln von Berlin und Kapstadt aus die Entfernung zum Mond zu messen. Er beschreibt das Vorgehen, muss aber eingestehen, dass er im Unterricht seinen Schüler(inne)n immer die Messwerte einer historischen Messung von Lalande (Berlin) und Lacaille (Kapstadt) von 1752 überließ. Uns kam die Idee, den Kontakt nach Kapstadt für eine Neuauflage dieser Messung auszunutzen. In der beiliegenden Power-Point-Präsentation wird ausführlich erläutert wie diese Methode funktioniert. Sie beruht letztlich darauf, dass der gleiche Gegenstand (hier der Mond) von zwei unterschiedlichen Stellen aus betrachtet (hier Lippstadt und Kapstadt) unter einem leicht verschiedenen Winkel vor dem Hintergrund erscheint. So wie unsere beiden nebeneinander liegenden Augen die Dinge der Welt unter leicht differierenden Winkel beobachten und wir daher ihre Entfernung zum Auge abschätzen können, so kann man mit dieser Methode auch sehr große Entfernungen messen, wie z.B. die zwischen Erde und Mond. Es kommt allerdings entscheidend darauf an, dass man den Winkel zwischen Horizont und Mond möglichst genau misst, am besten auf $1/10^\circ$ genau. Hier hat sich bei unserer Gruppe vor allem Nicolas hervorgetan, der mit Hilfe eines Rutenhalters (Angelzubehör) und eines alten Wasserrohres sehr genaue Werte erhalten hat (Bild: s. Präsentation). Wie bei der Messung des Erdumfanges auch, war entscheidend, dass beide Arbeitsgruppen am gleichen Tag messen, was bei den Wetterbedingungen in Ostwestfalen ein echtes Problem darstellte, konnten wir doch manchmal wochenlang keine einzige Messung durchführen. Es ist ein großes Glück, dass wir für beide Messungen tatsächlich Werte an den gleichen Tagen vorliegen haben.

III. Die Akteure

1. Die beiden Gruppen

Unsere Gruppe in Lippstadt besteht aus 11 Schülerinnen und Schülern, die alle die 10. Klasse des Evangelischen Gymnasiums in Lippstadt besuchen. Außer Henrike, die zur Klasse 10c gehört, gehen wir alle in die Klasse 10a. Uns verbindet das Interesse für den Himmel und der gemeinsame Physiklehrer Herr Ahrens.

³ M. Wagenschein: Der Mond und seine Bewegung, in: Natur physikalisch gesehen, Frankfurt, Berlin, Bonn, 1960, S. 42 ff.



Abb. 4: oben v.l.n.r.: Huy, Magdalena, Nicolas, Svenja, Henrike, Angela, Anna-Lena, Johannes, Tim-Christopher, Jana; unten v.l.n.r.: Herr Ahrens, Steffen.

Unsere Partnerklasse der Sans Souci Girls Highschool in Kapstadt ist – wie der Name schon sagt – eine reine Mädchenklasse. Leider ist auf dem beiliegenden Foto die Naturwissenschaftslehrerin Frau Behne nicht zu sehen. Ihr gilt ebenso wie den Schülerinnen unser herzliches Dankeschön!



Abb. 5: Unsere Partnerklasse der Sans Souci Girls Highschool in Kapstadt.

2. Die Korrespondenz

Natürlich mussten wir zunächst einmal Kontakt mit Südafrika aufnehmen. Nachdem die Kapstädter Freundin von Jana ihre Naturwissenschaftslehrerin mündlich angefragt hatte, musste unser Physiklehrer Herr Ahrens per Mail erklären, was genau wir vorhaben und welche Aufgaben für die südafrikanische Klasse zu bearbeiten sein würden⁴. So wurden immer wieder Mails ausgetauscht, bis buchstäblich im letzten Moment tatsächlich die erarbeiteten Messwerte aus Kapstadt eintrafen.

Die jeweiligen Mails sind im Folgenden dokumentiert.

Mail 1: LIP → KAP (13.02.04)

Dear Mrs Behne

My name is Daniel Ahrens and I am a Physics teacher at a grammar school in Lippstadt, Germany. I was given your address by one of my students who was at your school on a student exchange visit in August 2003 and who, since then, has kept in touch with one of your students, Tasneem Pearce. The reason I am writing is that I would like to ask you for your help.

The President of Germany has set up a competition, mainly aimed at Natural Science students, to examine the benefits and drawbacks of globalization. We would like to take part in this competition and as part of our entry we would like to demonstrate, using very simple means, the size of the earth and the distance between the earth and the moon.

In order to carry out this experiment we would need to make observations of the sun and moon from two places far apart and for this to be done at approximately at the same time. The experiments would simply involve measuring shadows when the sun is at its highest and the height of the moon from the horizon when it is in the north. Because of the unpredictability of the weather here in Germany, both sets of students would need to carry out the experiments over a period of a few days so that, hopefully, we would be able to obtain successful measurements on one particular day. I will of course be more than happy to explain everything in more detail at a later date.

The entries for the competition have to be received by 06 April, 2004 and because my students would need some time to write up all the results and prepare their entry, the experiments would need to be carried out as early as possible.

I very much hope that you find the idea of our students working together interesting and I am sure that both sets of students would benefit from the project as well as from the personal contact they would have with each other.

I look forward to hearing from you.

Thank you very much.

- Daniel Ahrens -

1. Mail: KAP → LIP (14.02.04)

Hi Daniel

Sounds interesting – send us the details, we´d love to help!

Regards Jane

⁴ Wir waren über das nicht unpassable Englisch von Herrn Ahrens erstaunt, vielleicht lag das aber auch an seiner Englisch-studierten Frau (auf diesem Wege: herzlichen Dank!)

2. Mail: LIP → KAP (19.02.04)

Hi Jane

it's great that you want to help us – thank you very much. From now on it's my own English you have to read and understand. I hope I'm not going to make it too hard for you.

My idea is the following: using only simple means, my students and I would like to demonstrate that no place on earth can measure the size of the earth and the distance between the earth and the moon on its own. Taking two different places – one in the northern, the other in the southern part of the world, we should be able to do this. The North and the South need each other – even in science! This plan is in accordance with the theme of the competition we want to take part in.

1. The size of the earth

We plan to make use of the method of Eratosthenes. Two places on the earth are measuring the height of the sun when it is exactly in the north (Kapstadt) respectively in the south (Lippstadt). All you have to do is to measure the length of a stick and the length of its shadow in the moment of the sun's culmination. Now it is easy to calculate the angle between the sun and the horizon. I send you the data of the sun's culmination for the next few weeks so that you don't have to find out the point of culmination by yourself. I hope you can measure the angle between the sun and the horizon on several(!) days. My students will explain later on by mail, power point or video clip the procedure Eratosthenes used to calculate the size of the earth.

2. The distance between the earth and the moon

In order to find out the distance between earth and moon we want to measure the parallax of the moon which means that Kapstadt as well as Lippstadt will measure the angle between the horizon and the moon in the moment of the moon's culmination. The lunar phase is of no importance. In this case it will of course not be possible to work with a stick's shadow. My students are still trying to find out a good method to measure the angle as exactly as possible. I wonder which way your students will go. If we've got the two angles we can examine the distance between earth and moon in different ways. Once more my students will tell you and your students later on by mail, power point or video clip. I send you the times of the moon's culmination for the next 5 weeks calculated for Kapstadt.

Thank you very much.

- Daniel -

2. Mail: KAP → LIP (02.04.04)

Hi Daniel

Our readings

Date	Stick length (m)	Shadow length (m)	Angle
17-03-03	0,84	0,55	56,78
18-03-04	0,815	0,521	57,41
30-03-04	0,82	0,6	53,81
31-03-04	0,815	0,614	53,01
02-04-04	0,481	0,386	51,25

The moon's readings – we only have two:

31-03-04	32,1°	01.04.04	35,7°
----------	-------	----------	-------

Good luck with the project!

Regards

Jane

IV. Die Ergebnisse

1. Die Messwerte

a. Der Erdumfang

Über die Messmethode wollen wir an dieser Stelle keine Worte verlieren. Weiter oben, vor allem aber in der Präsentation, ist sie ausführlich beschrieben worden.

Nur soviel: Lippstadt hat den Winkel zwischen der Sonne und dem *Südpunkt* des Horizonts, Kapstadt den Winkel zwischen Sonne und dem *Nordpunkt* des Horizonts gemessen. In beiden Städten stand im Moment der Messung die Sonne am höchsten. Die Uhrzeiten für die jeweiligen Sonnenhöchststände wurden zuvor von Herrn Ahrens mit Hilfe eines Computerprogramms berechnet. So musste keine Gruppe noch zusätzlich den Ort der Sonnenkulmination (Sonnenhöchststand) ermitteln.

In **Lippstadt** wurden nun folgende Werte gemessen:

Datum	Stablänge	Schattenlänge	Winkel
27.02.04	2,611 m	4,52	30,0°
04.03.04	2,611 m	4,36	30,9°
05.03.04	2,611 m	4,08	32,6°
08.03.04	2,611 m	3,84	34,2°
30.03.04	2,611 m	2,83	42,7°
31.03.04	2,611 m	2,72	43,8°

Der Winkel errechnet sich mit Hilfe der Winkelfunktion Tangens, denn der Tangens des Winkel zwischen Sonne und Horizont ist gleich der Stablänge geteilt durch die Schattenlänge. Mit Hilfe des Taschenrechners erhält man so die Werte für den jeweiligen Winkel.

In **Kapstadt** wurden folgende Werte gemessen:

Datum	Stablänge	Schattenlänge	Winkel
17.03.04	0,840	0,550	56,8°
18.03.04	0,815	0,521	57,4°
30.03.04	0,820	0,600	53,8°
31.03.04	0,815	0,614	53,0°
02.04.04	0,481	0,386	51,3°

Offensichtlich haben beide Gruppen nur an zwei Tagen gleichzeitig gemessen, nämlich am 30.03. und am 31.03.04.

Während Eratosthenes seinerzeit einfach die Differenz der Sonnenhöchststände bildete, ergibt sich der entscheidende Wert bei unserer Messung als Differenz aus 180° und der *Summe*(!) der jeweils gemessenen Winkel. Das hat damit zu tun, dass Lippstadt den Winkel zum *Südpunkt*, Kapstadt aber den Winkel zum *Nordpunkt* misst.

$$30.03.04: \quad 180^\circ - (42,7^\circ + 53,8^\circ) = 83,5^\circ$$

Dieser Winkel entspricht gerade $1/(4,31)$ des Vollkreises, man muss also die dem Weltatlas entnommene Entfernung zwischen Lippstadt und Kapstadt⁵ von 9500 km mit 4,3114 multiplizieren und erhält für den Umfang der Erde: $R = 40958 \text{ km}$.

Eine identische Rechnung für die Werte vom 31.03.04 ergeben einen Wert von: $R = 41106 \text{ km}$.

Im ersten Fall weichen wir um 2,2%, im zweiten um 2,6% vom Literaturwert (40074 km) ab. Unsere Messungen sind also gar nicht so schlecht geraten!!!

b. Die Entfernung zwischen Erde und Mond

Wieder soll es an dieser Stelle nicht darum gehen, die eigentliche Methode vorzustellen, sondern unser Vorgehen und die Ergebnisse etwas zu kommentieren. Außerdem kommt hier unsere Mathematik-Kleingruppe (Henrike, Steffen und Johannes) zum Zuge, die neben dem in der Präsentation vorgestellten geometrisch-praktischen noch einen mathematischen Lösungsweg vorstellen will. Dieser taucht in der Präsentation nicht auf. Wir halten ihn zwar für sehr pfiffig, aber für so kompliziert, dass er eher verwirrt als dass er zum Verständnis beiträgt.

Zunächst mussten aber die Kulminationshöhen des Mondes in Lippstadt und Kapstadt gemessen werden. Und das nicht nur möglichst genau (hier kam es auf Zehntelgrad an), sondern auch noch für den gleichen Tag. Das ist nicht nur wegen dem Wetter ein Problem, sondern auch wegen den zeitlich ungünstigen Kulminationsmomenten des Mondes (z.B. 3 Uhr nachts).

Folgende Werte wurden dennoch gemessen:

⁵ Hinweis des Lehrers: Diese Rechnung ist nur dann wirklich exakt, wenn die beiden Messstädte auf einem gemeinsamen Längengrad liegen, denn die Differenz der Sonnenstände misst allein die Differenz der Längengrade. Unterschiedliche Breitengrade bleiben unberücksichtigt. D.h. die dem Atlas entnommene Entfernung ist etwas zu groß und damit auch der errechnete Umfang der Erde. Das passt zu den vorliegenden Abweichungen.

Datum	Lippstadt	Kapstadt
29.02.04	66,2°	-
04.03.04	59,4°	-
28.03.04	63,5°	-
29.03.04	66,0°	-
31.03.04	-	32,1°
01.04.04	56,2°	35,7°

Es steht uns also nur ein einziges „Messwertpärchen“ zur Verfügung.

Der zeichnerische Lösungsweg wird in der Präsentation vorgestellt. Grundgedanke ist, dass man die beiden gemessenen Winkel sehr genau in eine maßstäbliche Skizze der Erde einträgt und dann in Richtung Mond mit Hilfe von Fäden verlängert. Wo die beiden Linien sich schneiden, dort befindet sich der Mond. Wenn man den Winkel nur ein wenig ungenau einzeichnet oder die Fäden nicht wirklich exakt gerade spannt, verschiebt sich der Schnittpunkt sehr schnell um viele Zentimeter und damit die Entfernung zum Mond um viele 1000 km. Entscheidend ist bei dieser Methode also die Sorgfalt.

In der Praxis haben wir einen Maßstab von 1 cm = 1000 km gewählt, so dass unsere Erde gerade 12,8 cm Durchmesser hatte. Die beiden Fäden wurden von Huy und Angela möglichst exakt gespannt und trafen sich in einer Entfernung von 3,11 m. Diese zeichnerisch-praktische Lösung ergibt also eine Distanz zwischen Erde und Mond von 310000 km. Dieses Ergebnis liegt deutlich unter dem mittleren Wert von 384000 km.

Die mathematische Methode ist da sicherlich deutlich genauer, aber eben auch sehr viel komplizierter. Sie trägt zum *Verständnis* der Messidee nichts bei. Sie wird aber zeigen, ob der eben erhaltene Wert aufgrund ungenau gemessener Winkel am Himmel falsch ist, oder ob beim Spannen der Fäden etwas schief gelaufen ist.

Der beigelegten Skizze (s. nächste Seite) kann man folgende Abkürzungen entnehmen:

- δ_1 : Geografische Breite von Lippstadt (+50,75°)
- δ_2 : Geografische Breite von Kapstadt (-33,93°)
- γ : Winkel zwischen Himmeläquator und Mond (Deklination des Mondes)
- α : Gemessener Sichtwinkel in Richtung Mond (Lippstadt)
- β : Gemessener Sichtwinkel in Richtung Mond (Kapstadt)
- R: Erdradius (R = 6378 km)
- D: Die gesuchte Entfernung zwischen Erde und Mond

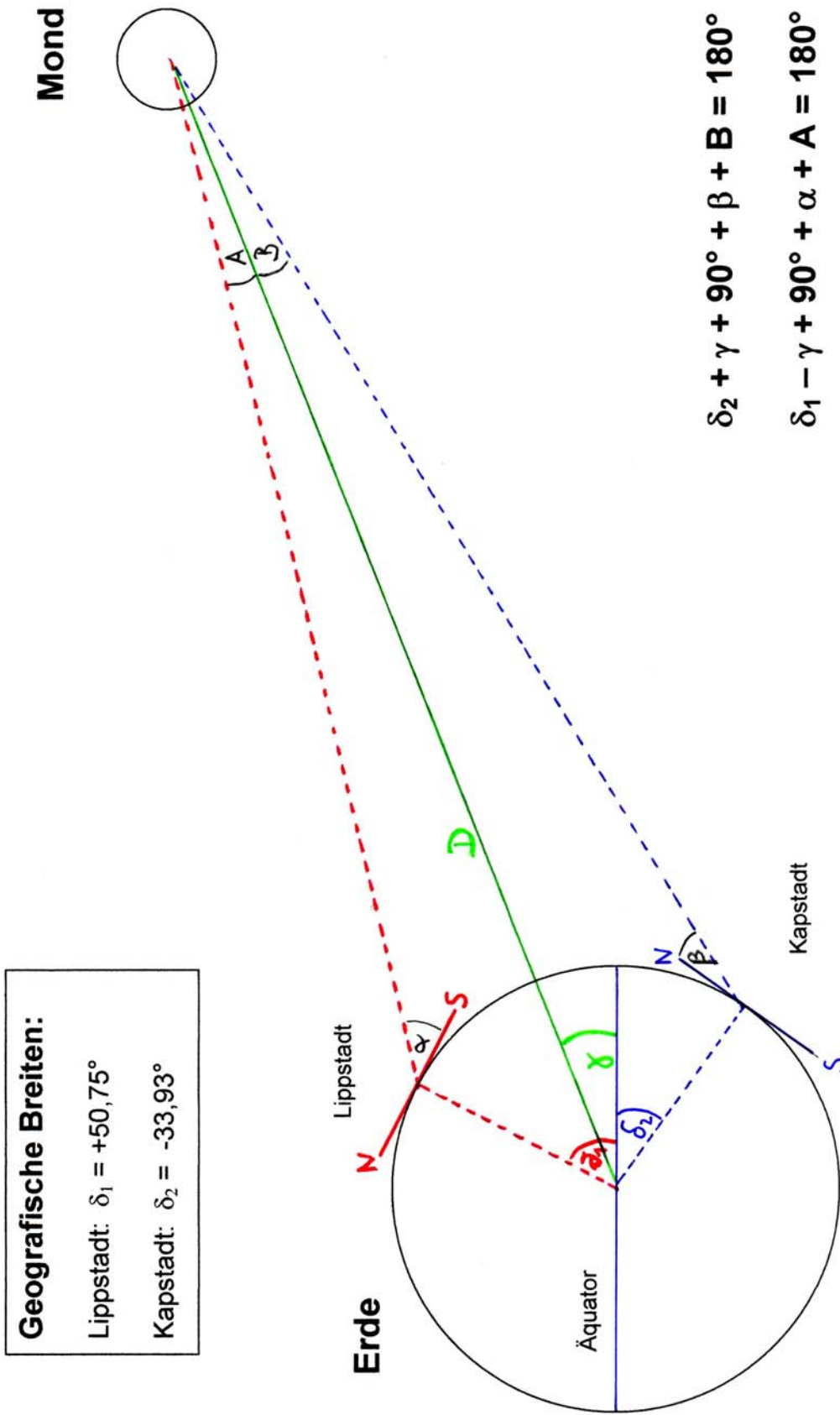


Abb. 6

Gesucht ist eine Formel, in die man die geografischen Breiten der beiden Orte, die Deklination des Mondes für den Augenblick der Beobachtung und die beiden gemessenen Sichtwinkel zum Mond einsetzt. Als Lösung muss die gesuchte Entfernung D zwischen den Mittelpunkten von Erde und Mond herauskommen. Eine 100%ig genaue Lösung konnten auch unsere drei Mathematiker nicht liefern. An einer Stelle haben sie eine Vereinfachung gemacht, die aber das Resultat nur unerheblich verfälscht.

Um die Formel herzuleiten, zerlegen wir das große Viereck in eine obere Hälfte (rote-gestrichelte und grüne Linie) und eine untere Hälfte (blau-gestrichelte und grüne Linie), also in zwei kleine Dreiecke.

Diese beiden Dreiecke betrachten wir zunächst getrennt:

$$\text{Dreieck 1: } \delta_1 - \gamma + 90^\circ + \alpha + A = 180^\circ \quad (\text{Winkelsumme im Dreieck})$$

$$\text{Dreieck 2: } \delta_2 - \gamma + 90^\circ + \beta + B = 180^\circ \quad (\text{Winkelsumme im Dreieck})$$

Für die Winkel im *Bogenmaß* gilt:

$$\text{Dreieck 1: } \delta_1 - \gamma + \pi/2 + \alpha + A = \pi$$

$$\text{Dreieck 2: } \delta_2 + \gamma + \pi/2 + \beta + B = \pi$$

Daraus folgt:

$$\text{Dreieck 1: } \gamma = \delta_1 + \alpha + A - \pi/2 \quad \text{Dreieck 2: } \gamma = \pi/2 - \delta_2 - \beta - B$$

$$\text{Also ist: } \delta_1 + \alpha + A - \pi/2 = \pi/2 - \delta_2 - \beta - B$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{B = \pi - A - \delta_1 - \alpha - \delta_2 - \beta}$$

Außerdem gilt für die beiden Dreiecke der so genannte Sinussatz:

$$\text{Dreieck 1: } \sin(\pi/2 + \alpha) / D = \sin(A) / R$$

$$\text{Dreieck 2: } \sin(\pi/2 + \beta) / D = \sin(B) / R$$

$$\Rightarrow \quad \sin(A) = \sin(\pi/2 + \alpha) \cdot R / D$$

$$\Rightarrow \quad \sin(B) = \sin(\pi/2 + \beta) \cdot R / D$$

Vereinfachung für kleine Winkel (A und B erfüllen dieses Kriterium):

$$\sin(A) = A \quad \text{und} \quad \sin(B) = B$$

$$\Rightarrow \quad A = \sin(\pi/2 + \alpha) \cdot R / D \quad \text{und} \quad B = \sin(\pi/2 + \beta) \cdot R / D$$

Das B in der zweiten Formel ersetzen wir mit Hilfe der oben hergeleiteten (fett gedruckten) Beziehung für B .

$$\Rightarrow \quad A = \sin(\pi/2 + \alpha) \cdot R / D \quad \text{und} \quad \pi - A - \delta_1 - \alpha - \delta_2 - \beta = \sin(\pi/2 + \beta) \cdot R / D$$

Die rechte Gleichung wird nach A freigestellt, die linke bleibt wie sie ist:

$$A = \sin(\pi/2 + \alpha) \cdot R / D$$

$$A = \pi - \sin(\pi/2+\beta) \cdot R / D - \delta_1 - \alpha - \delta_2 - \beta$$

Gleichsetzen der beiden Formeln ergibt:

$$\sin(\pi/2+\alpha) \cdot R / D = \pi - \sin(\pi/2+\beta) \cdot R / D - \delta_1 - \alpha - \delta_2 - \beta$$

$$\Rightarrow R / D \cdot [\sin(\pi/2+\alpha) + \sin(\pi/2+\beta)] = \pi - \beta - \delta_1 - \alpha - \delta_2$$

$$\Rightarrow R / D = [\pi - \beta - \delta_1 - \alpha - \delta_2] / [\sin(\pi/2+\alpha) + \sin(\pi/2+\beta)]$$

$$\Rightarrow D / R = [\sin(\pi/2+\alpha) + \sin(\pi/2+\beta)] / [\pi - \beta - \delta_1 - \alpha - \delta_2]$$

Und damit ergibt sich unsere Formel zu:

$$D = R \cdot [\sin(\pi/2 + \alpha) + \sin(\pi/2 + \beta)] / [\pi - \beta - \delta_1 - \alpha - \delta_2]$$

Setzt man die für den 01.04.2004 gemessenen Werte ein (Achtung, alle Winkel müssen im Bogenmaß eingesetzt werden!), so erhält man eine Distanz zwischen Erde und Mond von **D = 290530 km**.

Am 01.04.2004 betrug laut Software *AstroWin* die tatsächliche Distanz aber $R = 388152$ km. Unser Wert ist also um etwa 25% zu klein. Vor dem Hintergrund aber, dass bereits Unterschiede von wenigen Zehntelgrad beim Sichtwinkel zu beträchtlichen Abweichungen führen und dass hier zwei Gruppen gemessen haben, deren Fehler sich möglicherweise in die gleiche Richtung auswirkten, finden wir dieses Ergebnis keineswegs frustrierend. Insbesondere ist zu bedenken, dass wir nur ein einziges „Messwertpärchen“ zur Auswertung heranziehen konnten. Mit deutlich mehr Messtagen und noch mehr Sorgfalt bei der Bestimmung des Winkels halten wir deutlich genauere Werte für messbar.

2. Die Präsentation für die Kapstädter Schülerinnen

Schon bald stand für uns fest, dass es nicht damit getan ist, mit Hilfe der Schülerinnen aus Südafrika die gesuchten astronomischen Größen zu ermitteln, sondern dass wir verpflichtet sind, ihnen auch mitzuteilen, ja möglichst genau zu erklären, was wir mit ihren Messwerten eigentlich getan haben. Wir mussten also in die Rolle eines Lehrers schlüpfen und uns überlegen, wie man die beiden Projekte anderen, die sich damit noch nie befasst haben, erklären kann. Besonders erschwerend kam hinzu, dass wir den Schülerinnen der Sans Souci Girls Highschool diese Dinge natürlich in ihrer Sprache zu erklären haben. Insbesondere das astronomisch-physikalische

Fachvokabular bereitete Schwierigkeiten. Eine gute Übung für den Englisch-Unterricht!

Wir haben dabei die Form der PowerPoint-Präsentation gewählt, weil wir hier Bilder und Text gut miteinander kombinieren konnten. Außerdem haben wir im Fach Politik sowieso gerade den Umgang mit dieser Software erlernt und konnten unsere neu erworbenen Fähigkeiten sinnvoll ausprobieren.

In der eingereichten Form haben wir die Präsentation auch nach Kapstadt geschickt und sind auf eine Antwort gespannt. Ob die Mädchen wohl verstanden haben, wie wir vorgegangen sind? Haben wir es gut genug erklärt?

Ganz sicher aber haben sie unseren Grundgedanken gespürt, dass man nämlich auch in der Astronomie manchmal aufeinander angewiesen ist, dass keiner für sich alleine etwas herauskriegt ohne den anderen, dass die Welt auch in den Naturwissenschaften zusammenhalten muss, dass wir also auch in der Astronomie in *einem* Boot sitzen, auf *einem* Erdball leben!!! Und das ist uns das Wichtigste!

V. Nachwort des betreuenden Lehrers

Zwar habe ich den Anstoß zu diesem Projekt gegeben, sehr bald entwickelte sich aber eine überraschende Eigendynamik. In kleinen Gruppen widmeten sich die Schüler(innen) Spezialaufgaben (Messen, Rechnen, Präsentation etc.), die wir dann am Ende zusammentrugen.

Was mich am vorliegenden Beitrag meiner Schüler(innen) so sehr überzeugt, ist zunächst der ausgeprägte Fächerübergreif. Da gilt es astronomische Sachverhalte zu durchdringen (Astronomie), sie in verständlicher Weise anderen zu erklären (Didaktik). Die Präsentation musste erstellt werden (Informatik), und zwar auf Englisch (Fremdsprache).⁶ Es mussten sehr genaue Messmethoden erdacht und durchgeführt, zudem komplexe mathematische Herleitungen entworfen werden (Mathematik). Im Rahmen des vorliegenden Projektes konnten die beteiligten Schüler(innen) jeweils ihre Stärken und Interessen in das Projekt einbringen.

Am überzeugendsten aber finde ich den Grundgedanken der vorliegenden Arbeit, dass es auch in den Naturwissenschaften Probleme gibt, die nur im Nord-Süd-Team zu lösen sind.

⁶ Die englischsprachige Präsentation liegt weitestgehend in der von den Schüler(inne)n erarbeiteten Form vor. Ich hielt es nicht für sinnvoll, einen Profi auf die mitunter unschönen, gelegentlich auch falschen englischen Formulierungen anzusetzen. Es handelt sich um ein Projekt von Schülern für Schüler.