

Heiße Scheiben und Schwarze Löcher: Lösungen der Aufgaben

Berechnung des Schwarzschildradius r_s :

Für die Sonne ist $r_s = 1,5 \text{ km}$, für das Zentrum der Galaxis ist $r_s = 3,0 \cdot 10^6 \text{ km}$.

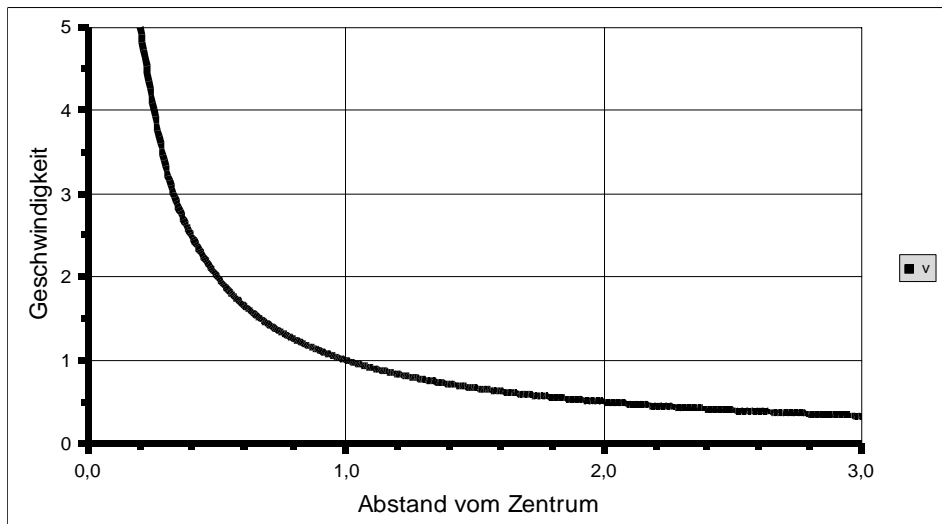
Zur Bewegung um ein Zentrum

Betrachtet man eine Bewegung ohne Reibung, wie die Bewegung um die Erde, so bleibt dabei der Drehimpuls $D = m \cdot r \cdot v$ erhalten. Im Winter ist der Abstand r von der Sonne um 1,7 % kleiner als der Abstand r_f im Frühling. Als ist $r = 0,983 \cdot r_f$ und $v = v_f : 0,983 = v_f \cdot 1,0173$.

Entsprechend ist im Sommer der Abstand $r = 1,017 \cdot r_f$ und $v = v_f : 1,017 = v_f \cdot 0,9833$.

In beiden Fällen ändert sich auch die Geschwindigkeit etwa um 1,7 %.

Auf ihrer Bahn um die Sonne kommt die Erde der Sonne nur vorübergehend näher.



v / v_f als Funktion von r / r_f .

Zum Einfluss der Reibung

Wird ein Körper auf seiner Bahn abgebremst, so gibt er Drehimpuls ab an Körper, die weiter außen das Zentrum umkreisen und verringert seinen Abstand zum Zentrum.

Zum Leuchten der Scheibe um das Schwarze Loch

Bei einer Temperatur von 10000 K strahlt eine Oberfläche von 1 cm^2 die Leistung

$$P = 46 \text{ mW} \cdot (10000 \text{ K} / 300 \text{ K})^4 = 56790 \text{ W ab.}$$

Betrachtet man Abbildung 1, so sieht man, dass die Akkretionsscheibe innen weiß leuchtet (über $1300 \text{ }^\circ\text{C}$), dann gelb ($1100 \text{ }^\circ\text{C}$), kirschrot ($850 \text{ }^\circ\text{C}$), dunkelrot ($700 \text{ }^\circ\text{C}$) und weiter außen nur noch schwach. Wenn leuchtende Materie schneller zum Schwarzen Loch gelangt und dort verschluckt wird, leuchtet sie kürzere Zeit und kann deshalb insgesamt nicht so viel Energie abgeben. Deshalb gibt dann die ganze Scheibe weniger Energie ab.

Zur abgestrahlten Leistung der Akkretionsscheibe von NGC 4258

Hierfür gibt es keine eindeutige Lösung. Eine Abschätzung erhält man, wenn man die Scheibe als Zylinder mit dem Durchmesser von 1,5 Lichtjahren darstellt und seine Höhe von weniger als 10 % des Radius abschätzt. Aus Abbildung 1 kann man wie oben aus den Farben die Temperaturen in verschiedenen Bereichen der Scheibe abschätzen. Man kann nun die Emission der Oberfläche dadurch annähern, dass man annimmt, dass Ober- und Unterseite der Scheibe aus konzentrischen Kreisingen mit jeweils konstanter Temperatur bestehen. Für einen Kreisring mit dem Innenradius r_1 und dem Außenradius r_2 berechnet man den Flächeninhalt $A = \pi (r_2^2 - r_1^2)$. Da die Akkretionsscheibe nach oben und unten abstrahlt, muss man bei der Rechnung zwei dieser Kreisscheiben annehmen. Die Mantelfläche des Zylinders beträgt $M = 2\pi r \cdot r \cdot 0,1$. Leuchtet diese Fläche bei einer Kelvin-Temperatur T , so erhält man für die Emission von Oberseite und Unterseite: $P = 2 A \cdot 460 \text{ W/m}^2 \cdot (T / 300 \text{ K})^4$. Für die Mantelfläche des Zylinders kann man die Emission mit $P = M \cdot 460 \text{ W/m}^2 \cdot (T / 300 \text{ K})^4$ abschätzen. Für die Rechnung läßt sich mit Vorteil eine Tabellenkalkulation einsetzen, die es erlaubt, die Annahmen über die Radien, die Temperaturen und die Dicke der Scheibe zu variieren. So kann man erkennen, welche Parameter einen besonders starken Einfluss auf das Ergebnis haben. Als Beispiel für eine mögliche Rechnung wird hier eine Tabelle angegeben:

Emission der Kreisinge oben und unten					
r1 (in km)	r2 (in km)	T (in °C)	Abstrahlung (in W/m²)	Fläche (in m²)	Gesamtstrahlung (in W)
3,00E+015	9,00E+015	1300	347819,04	4,52E+032	1,57E+038
9,00E+015	1,40E+016	1100	201903,91	7,23E+032	1,46E+038
1,40E+016	1,70E+016	950	127113,5	5,84E+032	7,43E+037
1,70E+016	2,40E+016	850	90369,91	1,80E+033	1,63E+038
2,40E+016	3,60E+016	700	50932,14	4,52E+033	2,30E+038
3,60E+016	4,50E+016	600	33008,69	4,58E+033	1,51E+038
4,50E+016	6,00E+016	400	11660,58	9,90E+033	1,15E+038
6,00E+016	7,00E+016	300	6128,38	8,17E+033	5,01E+037
Summe:					1,09E+039
Emission des Zylindermantels					
h (in km)	r2 (in km)	T (in °C)	Abstrahlung (in W/m²)	Fläche (in m²)	Gesamtstrahlung (in W)
7,00E+015	7,00E+016	300	6128,38	3,08E+033	1,89E+037

Für die gesamte abgestrahlte Leistung $1,1 \cdot 10^{39} \text{ W}$ spielt hier die Mantelfläche praktisch keine Rolle.

Zum Einfluss von Magnetfeldern auf die Gas- und Staubscheibe

Ausgedehnte Magnetfelder koppeln Materie aneinander, hindern also Teilchen, die weiter innen um das Zentrum kreisen, daran, schneller zu werden als Teilchen weiter außen. Damit transportieren sie Drehimpuls von innen nach außen und beschleunigen so, ähnlich wie die Reibung, das Einströmen der Materie ins Schwarze Loch.