

Pflichtstation A

Vertiefte Auseinandersetzung mit Orbits

- Entwickeln Sie für unterschiedliche kreisförmige Orbits jeweils eine Formel, aus der sich Bahngeschwindigkeit (v), Winkelgeschwindigkeit (ω) und Umlaufzeit (T) in Abhängigkeit von r berechnen lässt: $v(r) = \dots$ $\omega(r) = \dots$ $T(r) = \dots$
Tipp: Sie benötigen die Formel für das Gravitationsgesetz und die für die Zentralkraft bei Kreisbewegungen.
- Formulieren Sie Ihre Ergebnisse auch „auf Deutsch“: Je größer die Bahn, desto ...
- Visualisieren Sie mit einem Tabellenkalkulationsprogramm (Excel, LibreCalc o.ä.) diese drei Zusammenhänge. Ihre Tabelle könnten z.B. folgende Spalten besitzen:

	A	B	C	D	E
1	Abstand vom Erdmittelpunkt	Höhe über dem Erdboden	Bahngeschwindigkeit	Winkelgeschwindigkeit	Umlaufzeit
2	r in m	h in m	v in m/sec	ω in °/sec	T in sec
3					
4					
5					
6					

- In obiger Tabelle sind die Größen in SI-Einheiten angegeben (das ist zum Weiterrechnen wichtig). Ergänzen Sie nun gegebenenfalls Spalten, in denen die Größen in anschaulichere Einheiten umgerechnet sind (z.B. die Umlaufzeit T in Minuten).
- Vergleichen Sie mit Hilfe Ihres Tabellenblatts die Umlaufzeit der ISS mit der eines Raumschiffs (o.ä.), das 50 km *unterhalb* der ISS auf einem kreisförmigen Orbit um die Erde fällt. Wer von beiden hat eine volle Runde zuerst zurückgelegt; wie groß ist die Zeitdifferenz? Wie ist das bei einem Raumschiff, das 50 km *oberhalb* der ISS kreist?
- Ermitteln Sie mit Hilfe Ihres Tabellenblatts in etwa die Höhe eines geostationären Satelliten. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass er für eine Erdumrundung genauso lange braucht, wie die Erde für eine Eigendrehung. Achtung: Warum muss man hier mit einer Taglänge von 23 h 56 min rechnen und nicht mit den vertrauten 24 h?
- Überprüfen Sie, ob Ihr Tabellenblatt für den um die Erde kreisenden Mond die richtigen Werte liefert. Nennen Sie mögliche Gründe für Abweichungen von den Literaturwerten.

Hohmann-Transfers

Auf dem Weg zur ISS werden von den Raumfahrzeugen sogenannte Hohmann-Transfers durchgeführt. Die Grundidee dieser Manöver erfahren Sie anschaulich unter folgendem Link:

https://youtu.be/H9Y7j8X_xtQ

Sehen Sie sich das Video an den entscheidenden Stellen mehrfach an.

Nutzen Sie nun die Simulationssoftware „hohmann_transfer.exe“: Die im Programm vorgegebenen Geschwindigkeitszuwächse (Kick 1 und Kick 2) dienen dazu, von einer erdnahen Kreisbahn in 7.178.000 m Abstand vom Erdmittelpunkt in eine geostationäre Bahn in 35.786.000 m Höhe über dem Äquator zu gelangen.

- Berechnen Sie zunächst die Entfernung der Zielbahn vom Erdmittelpunkt.
- Versuchen Sie mit Kick 1 und Kick 2 im geostationären Orbit eine möglichst exakte Kreisbahn zu erreichen. Nutzen Sie dabei auch die Angaben, die rechts unten in „Ausgabe“ zu sehen sind. Zu welchen Zeitpunkten sind die Triebwerke jeweils zu zünden? Welcher Wert des Ausgabe-Feldes hilft besonders gut, um Kick 2 zu zünden und warum? An welchen Angaben des Ausgabe-Feldes kann man erkennen, wie exakt die Kreisform des geostationären Orbits ist? Was muss für eine perfekte Kreisbahn gelten?
- Um von einer Start- bzw. Ausgangskreisbahn mit r_e in die sogenannte Hohmann-Ellipse überzugehen sowie am Ziel in eine Kreisbahn mit r_a zu gelangen, sind – wie Sie wissen – zwei Impulsstöße bzw. zwei Geschwindigkeitsänderungen Δv_e und Δv_a notwendig. Diese Geschwindigkeitsänderungen lassen sich in Abhängigkeit vom Radius der Ausgangs- bzw. der Zielbahn und der Bahngeschwindigkeiten auf diesen Bahnen berechnen:

$$\Delta v_e = v_e \left(\sqrt{\frac{2r_a}{r_e + r_a}} - 1 \right),$$

$$\Delta v_a = v_a \left(1 - \sqrt{\frac{2r_e}{r_a + r_e}} \right)$$

- Berechnen Sie zunächst die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der voreingestellten erdnahen Kreisbahn ($r_e = 7.178.000$ m) in eine geostationäre Kreisbahn ($r_a = 42.164.000$ m) zu kommen und überprüfen Sie, ob diese mit den Werten im Programm übereinstimmen. Falls Sie Pflichtstation A noch nicht bearbeitet haben, hier eine Formel für die Bahngeschwindigkeit auf einem kreisförmigen Orbit: $v = (G * M / r)^{1/2}$.
- Berechnen Sie nun die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der voreingestellten erdnahen Kreisbahn ($r_e = 7.178.000$ m) in eine Kreisbahn mit $r_a = 20.000.000$ m zu gelangen.
- Geben Sie Ihre errechneten Werte in das Simulationsprogramm ein und überprüfen Sie, ob die Hohmann-Ellipse tatsächlich auf die gewünschte Bahn führt.
- Berechnen Sie nun die beiden Geschwindigkeitszuwächse, um von der gerade erreichten Zwischenbahn ($r_a = 20.000.000$ m) in die geostationäre Kreisbahn ($r_a = 42.164.000$ m) zu gelangen und überprüfen Sie Ihre Rechnung mit Hilfe der Simulationssoftware. Achtung: Denken Sie daran, dass Sie nicht nur bei den Startkoordinaten, sondern auch bei der Startgeschwindigkeit (für die erdnahe Bahn) neue Werte eingeben müssen.
- Warum ist es sinnvoll, den Transfer eines Raumfahrzeugs nicht in einem Ruck durchzuführen, sondern dies kleinschrittig zu tun, sich also quasi an die Zielbahn „anzuschleichen“?

Die verlorene Werkzeugtasche

Am 18. November 2008 bemerkte die amerikanische Astronautin Stefanyshyn-Piper während ihres ersten Außenbordeinsatzes, „dass das Schmierfett einer Schmierfett pistole in ihrer Werkzeugtasche ausgelaufen war. Gemäß den Instruktionen des Kontrollzentrums wischte sie dieses mit einem Tuch auf, worauf sich die Tasche löste und ins All davonschwebte. Die Tasche, deren Wert sich auf etwa 100.000 US-Dollar belief, war während achteinhalb Monaten von der Erde aus sichtbar, bis sie am 3. August westlich von Mexiko in die Erdatmosphäre eintrat und verglühte.“ (Wikipedia „Heidmarie Stefanyshyn-Piper“). Ein Video dieses „Missgeschicks“ finden Sie unter: https://youtu.be/1vXdRUIZ_EM

Im Folgenden werden wir uns Gedanken zur Flugbahn dieser Werkzeugtasche machen.

- Zunächst gehen wir davon aus, dass die Astronautin der Tasche einen Schubs exakt nach *vorne*, also in Bewegungsrichtung der ISS, gegeben hat. Was bedeutet dieser Schubs für die Orbitalgeschwindigkeit und somit die *Form* der Bahn, auf der sich die Tasche um die Erde bewegt? Nutzen Sie dabei noch einmal die Simulationssoftware „Umlauf“, mit der Sie bereits im Rahmen der Hausaufgabe gearbeitet haben.
- Erstellen Sie eine Skizze mit der Erde und den Bahnen der ISS und der Tasche. Wiederholen Sie die Begriffe Apogäum und Perigäum und zeichnen Sie diese für die Bahn der Tasche ein. Benötigt die Tasche für eine Erdumrundung mehr oder weniger Zeit als die ISS? Erinnern Sie sich daran, dass die Umlaufzeit T eines Objekts laut dem 3. Keplerschen Gesetz ausschließlich von der großen Halbachse der Ellipsenbahn abhängt. Wo ist die Tasche, wenn sie die Erde einmal umrundet hat und wo ist in diesem Moment die ISS?
- Überlegen Sie nun, wie sich die Tasche aus Sicht der ISS bewegt hat. Bedenken Sie dabei, dass der Geschwindigkeitsunterschied zwischen ISS und Tasche zu Beginn nur sehr gering war. Wo sehen die Astronauten die Tasche während ihrer Erdumkreisung und wo, wenn die ISS nach einer Runde um die Erde wieder am Ort des Missgeschicks angekommen ist?
- Haben Sie eine Idee, warum es bei ganz genauem Hinsehen direkt nach dem „Abwurf“ und kurz vor Vollendung eines Erdumlaufes vom Erdboden aus betrachtet zu einer merkwürdigen Hin- und Her-Bewegung“ der Tasche kommt (die Ihnen als Schleifenbewegung der äußeren Planeten wie z.B. Jupiter am irdischen Himmel bekannt vorkommen könnte)? Lassen Sie sich gegebenenfalls eine Skizze von Ihrer Lehrkraft geben.
- Beschreiben Sie nun die Bewegung der Tasche sowohl von außen als auch aus Sicht der ISS für den Fall, dass der Schubs nach *hinten*, also exakt entgegen der Bewegungsrichtung der ISS, erfolgte.
- Besonders kurios verhält sich die Tasche, wenn man ihr einen Schubs nach *oben* oder *unten* verpasst. Tipp: Da die zusätzliche Geschwindigkeitskomponente durch den Schubs senkrecht auf der ursprünglichen Bahngeschwindigkeit steht, ändert sich diese praktisch nicht (überprüfen Sie dies mit realistischen Werten). Was bedeutet dies für die Umlaufdauer der Tasche? Wo ist die Tasche, wenn die ISS nach dem „Abwurf“ gerade eine Erdumrundung hinter sich hat?
- Skizzieren Sie die Flugbahnen der ISS und der Tasche. Bedenken Sie dabei, dass sich die Tasche beim Schubs nach oben zunächst von der ISS aus nach oben bewegt. Die Tasche kann sich also nicht auf einer Kreisbahn um die Erde bewegen.