

Schwarze Löcher – klein, aber oho

In Bezug zum SuW-Beitrag „Schwarzes Loch der Mittelklasse in der Andromedagalaxie“ aus der Rubrik: „Blick in die Forschung: Nachrichten“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 7/2022, WIS-ID: 1571158, Zielgruppe: Oberstufe

Andreas Jørgensen

Die Existenz Schwarzer Löcher wurde in den letzten Jahren experimentell zementiert. Sie befinden sich unter anderem im Zentrum der meisten Galaxien und sind eine Vorhersage der allgemeinen Relativitätstheorie sowie moderner Sternentwicklungsmodelle. Wahrscheinlich werden die meisten den Begriff Schwarze Löcher bereits aus den Medien, aus Filmen oder aus der Literatur kennen. Aber was sind Schwarze Löcher? Wie entstehen sie, und wie kann man sie nachweisen? Das vorliegende Material geht diesen und weiteren Fragen auf den Grund.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Sterne, Galaxien	Schwarze Löcher , M87 , Fluchtgeschwindigkeiten , Schwarzschildradien , Endstadien der Sternentwicklung , Hawking-Strahlung , Sagittarius A* , 3. Keplersches Gesetz , Milchstraßensystem , extragalaktische Astronomie
Physik	Mechanik, Relativitätstheorie	Gravitation, Allgemeine Relativitätstheorie, Fluchtgeschwindigkeit
Fächer- verknüpfung	Astronomie – Mathematik	Formelumstellung, Formeln und Einheiten
Lehre allgemein	Kompetenzen (Erkenntnisgewinnung, Kommunikation) Lehr-/ Sozialformen Unterrichtsmittel	Recherche , Ergebnisse beurteilen , Formalisten anwenden , Diskussionsaufgaben , Gedankenexperiment zu Schwarzem Loch , Einzelarbeit , Partner- und Gruppenarbeit , Plenum , Projektarbeit , Übungsaufgaben zum Thema 'Schwarze Löcher'

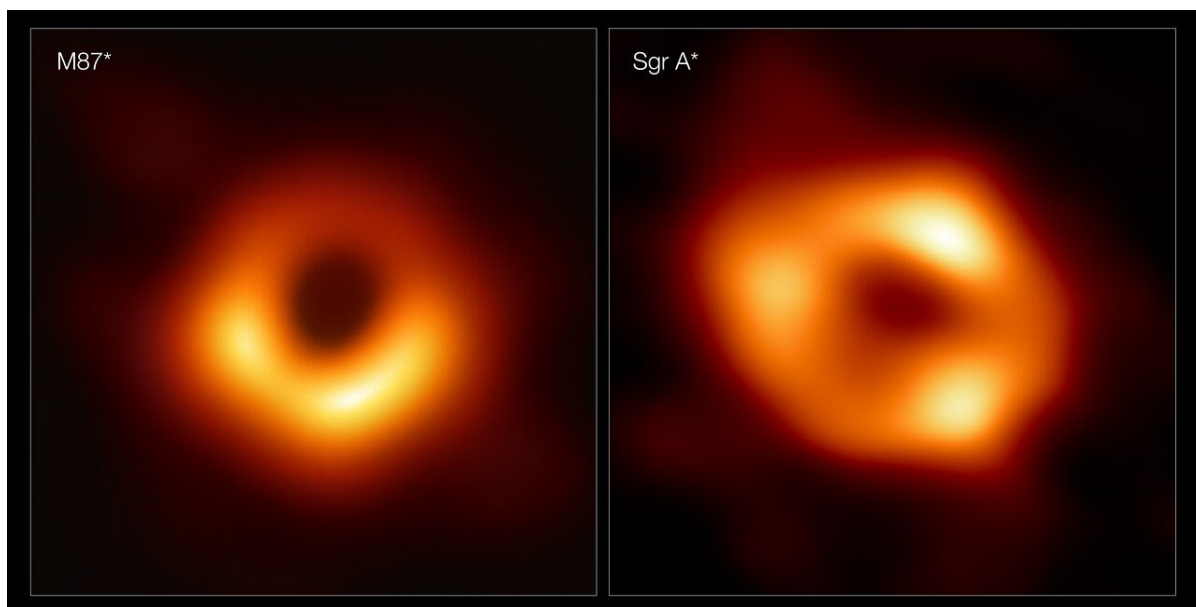


Abbildung 1: Links: Im Jahr 2021 veröffentlichte die Event Horizon Telescope (EHT) Collaboration den ersten direkten visualisierten Nachweis eines Schwarzen Lochs (Radiowellenbild in Ersatzfarben). Die Aufnahme zeigt den aktiven Kern der Galaxie Messier 87 (M87). Zu sehen sind die Radiostrahlung, die einfallendes Material in der sogenannten Akkretionsscheibe erzeugt, sowie der Schatten, den das Schwarze Loch auf die Akkretionsscheibe wirft. Das Schwarze Loch in M87 befindet sich 55 Millionen Lichtjahre von der Erde entfernt und hat eine Masse, die 6,5 Milliarden Sonnenmassen entspricht. Rechts: Im Frühjahr 2022 legte die EHT Collaboration den ersten Bild-Nachweis des Schwarzen Lochs (Sgr A*) im Zentrum der Milchstraße nach. ©: [Event Horizon Telescope](#) (EHT) collaboration [CC BY 4.0](#).

Nichts entkommt einem Schwarzen Loch

[Zurück zum Anfang](#)

Um Schwarze Löcher besser zu verstehen, fangen wir mit einem Beispiel aus der klassischen Mechanik an: Werfen wir auf der Erdoberfläche einen Ball senkrecht in die Luft, dann hängt der höchste Punkt seiner Bahn von seiner Anfangsgeschwindigkeit ab. Je kraftvoller wir den Ball werfen, desto höher kommt er. Bei einer ausreichend hohen Anfangsgeschwindigkeit, würde der Ball sogar dem Gravitationspotential der Erde entkommen können und nie wieder zurückkehren. Die hierfür nötige Geschwindigkeit wird [Fluchtgeschwindigkeit](#) (oder auch 2. kosmische Geschwindigkeit) genannt. Um der Erde zu entkommen, müsste die kinetische Energie des Balls dann mindestens der gravitativen Bindungsenergie entsprechen:

$$\frac{1}{2} m v_e^2 = \frac{GMm}{r}.$$

In unserem Beispiel bezeichnen G , M , m , r , bzw. v_e die Gravitationskonstante, die Masse der Erde, die Masse des Balls, den Radius der Erde bzw. die Fluchtgeschwindigkeit. Die Formel gilt natürlich für jeden Probekörper (m) auf jedem beliebigen Himmelskörper (M). Stellen wir diese Formel um, erhalten wir eine Gleichung zur Berechnung der **Fluchtgeschwindigkeit**:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Setzt man Zahlen in die Formel ein, so ergibt sich, dass die Fluchtgeschwindigkeit auf der Erdoberfläche (am Äquator) 11,2 km/s beträgt, was dem Dreiunddreißigfachen der Schallgeschwindigkeit entspricht. Wir müssen auf der Erde also keine Angst haben, dass Bälle dadurch verloren gehen, dass sie ins All verschwinden. Auf den beiden kleinen natürlichen Satelliten des Mars, Phobos und Deimos, dahingegen beträgt die Fluchtgeschwindigkeit lediglich 0,011 km/s bzw. 0,006 km/s (vgl. [Wikipedia](#)). Dort könnte eine gute Werfer*in sehr wohl einen Ball verlieren. Umgekehrt ist die Fluchtgeschwindigkeit auf der Sonnenoberfläche deutlich höher als auf der Erde. Sie beträgt 619 km/s.

Unterschiedliche Himmelskörper haben also unterschiedliche Fluchtgeschwindigkeiten. Dadurch stellt sich die Frage, ob man sich einen Himmelskörper vorstellen könnte, auf dem die Fluchtgeschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit entspräche. Aus Albert Einsteins spezieller und allgemeineren Relativitätstheorie wissen wir, dass sich kein Körper schneller bewegen kann als das Licht. Innerhalb einer gewissen Entfernung könnte somit nichts einem Himmelskörper mit einer so hohen Fluchtgeschwindigkeit entkommen. Selbst Licht nicht. Wir könnten also keine Lichtsignale von der Oberfläche eines solchen Himmelskörpers empfangen. Deshalb nennen wir ein solches Objekt ein **Schwarzes Loch**.

Karl Schwarzschild beschrieb 1916 ein solches Schwarzes Loch anhand der allgemeinen Relativitätstheorie. Es handelt sich hierbei um eine punktförmige Masse, d. h. eine Masse ohne räumliche Ausdehnung. Alles, was sich innerhalb einer gewissen Entfernung von dieser punktförmigen Masse befindet, kann dessen Gravitationsfeld nicht entkommen. Die äußere Grenze dieses Bereichs, dem selbst Licht nicht entrinnen kann, bezeichnet man als **Ereignishorizont**. In dem von Karl Schwarzschild beschriebenen statischen Szenario liegt der Ereignishorizont beim sogenannten **Schwarzschildradius** (r_s):

$$r_s = \frac{2GM}{c^2}.$$

Hier bezeichnet c die Lichtgeschwindigkeit. So entspricht der Schwarzschildradius der Sonne beispielsweise ungefähr 3 km, was heißt, dass die Sonne ein Schwarzes Loch wäre, wenn man ihre Masse auf einen Radius von 3 km komprimieren könnte.

Obwohl die zuvor angeführte Formel zur Berechnung des Schwarzschildradius aus der allgemeinen Relativitätstheorie hergeleitet wurde, kommt man mit der klassischen Formel zur Berechnung der Fluchtgeschwindigkeit übrigens zum gleichen Ergebnis: Auf der Oberfläche eines Himmelskörpers, dessen Radius dem Schwarzschildradius entspricht, ist die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit. Diese Aussage könnt ihr in der [Übungsaufgabe 1](#) selbst nachprüfen. Viele andere Eigenschaften Schwarzer Löcher kann die klassische Mechanik jedoch nicht korrekt vorhersagen. Hierzu könnt ihr in [Übungsaufgabe 2](#) ein wenig mehr erfahren. Es sollte allerdings auch betont werden, dass Schwarze Löcher in der Science-Fiction oft als alles aufsaugende Objekte falsch dargestellt werden. Nahe dem Ereignishorizont treten zwar starke Gezeitenkräfte auf, aber aus weiter Ferne ist das Gravitationsfeld eines Schwarzen Lochs nicht von dem eines Sterns mit gleicher Masse zu unterscheiden. Wenn die Sonne somit von einem Augenblick zum nächsten durch ein Schwarzes Loch mit der gleichen Masse ersetzt werden würde, würde es auf der Erde zwar dunkel und kalt, aber die Umlaufbahn der Erde verbliebe unverändert.

Es gibt übrigens keinen Grund zur Panik; die Sonne wird sich weder spontan noch in ferner Zukunft in ein Schwarzes Loch verwandeln können. Da stellt sich natürlich die Frage, wo Schwarze Löcher herkommen, und ob es sie überhaupt gibt ...

Entstehung

[Zurück zum Anfang](#)

Um zu verstehen, wie Schwarze Löcher entstehen, hilft es erst festzustellen, was einen Stern wie die Sonne daran hindert, unter seiner eigenen Schwerkraft zusammenzuschrumpfen und zum Schwarzen Loch zu werden. Warum kollabiert die Sonne *nicht*? Die Antwort kann in einem Wort zusammengefasst werden: **Druck**. Sterne bestehen aus heißem Plasma. Die hohen Temperaturen erzeugen Druck, und dieser Druck wirkt einem gravitativen Kollaps entgegen.

Die Sonne „erzeugt“ Energie und damit ihre hohen Temperaturen, indem sie durch Kernfusion Wasserstoff in Helium umwandelt. Irgendwann werden aber ihre Wasserstoffreserven aufgebraucht sein und sie wird abkühlen. Was dann? Dann wird die Sonne sich zwar anfänglich zusammenziehen, was aber wiederum Energie freisetzen und weitere Kernreaktionen ermöglichen wird. Somit baut sich erneut ein Druck auf, der den Stern daran hindern wird, noch weiter zu schrumpfen. Selbst wenn keine Kernreaktionen mehr möglich sind und die Temperatur eines Sterns fällt, kann sich die Materie bei hoher Dichte gegen die Schwerkraft stemmen. Die Erde fällt ja beispielsweise auch nicht einfach in sich zusammen.

Bei Sternen, die weitaus massereicher als die Sonne sind, reicht der Druck nach dem Aussetzen der Kernfusion jedoch nicht mehr aus, um einen endgültigen Kollaps zu verhindern. Solche Sterne werden zu Schwarzen Löchern. Die Masse solcher Schwarzen Löcher beträgt einige bis wenige Dutzend Sonnenmassen.

Nach ihrer Entstehung können Schwarze Löcher weitere Materie aufsammeln (vgl. Abb. 2) oder mit anderen Schwarzen Löchern verschmelzen. Hierdurch können mittelgroße Schwarze Löcher

von hunderten bis einigen tausend Sonnenmassen entstehen. Im frühen Universum entstanden zudem supermassereiche Schwarze Löcher von Millionen bis Milliarden Sonnenmassen, die heute in den Zentren der meisten Galaxien zu finden sind.

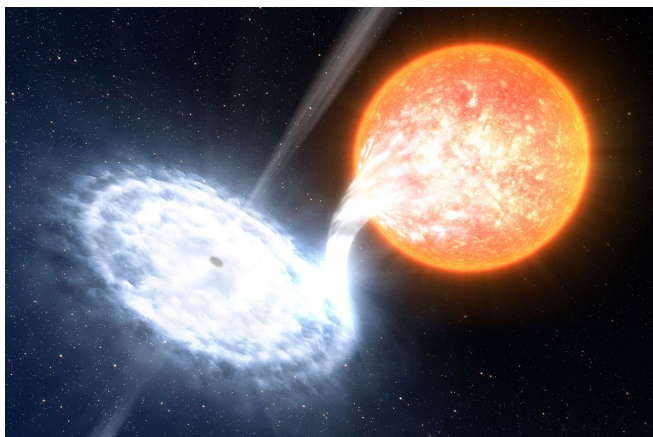


Abbildung 2: [Künstlerische Darstellung](#) eines Schwarzen Lochs in einem Doppelsternsystem. Das Schwarze Loch wächst, indem es seinem Begleitstern Materie „enttreibt“.
©: ESO/L. Calçada [CC BY 4.0](#).

Erste Bilder und andere Beobachtungen

[Zurück zum Anfang](#)

Im Jahr 2021 präsentierten Wissenschaftler*innen der [Event Horizon Telescope \(EHT\) Collaboration](#) erstmals eine direkte Aufnahme eines Schwarzen Lochs im Spektralbereich der Radiostrahlung. Es handelt sich hierbei um das Schwarze Loch im Zentrum der Galaxie M87. Die Aufnahme ist in Abb. 1 auf der Titelseite zu sehen. Im Frühjahr 2022 konnten die Wissenschaftler*innen der EHT Collaboration dann ein Bild des Schwarzen Lochs (Sagittarius A*) im Zentrum unserer Milchstraße nachlegen. Der Durchmesser der Akkretionsscheibe beträgt von der Erde aus gesehen in diesem Fall lediglich 52 Mikrobogensekunden (vgl. Quelle [7]).

Die visuellen Aufnahmen der Schwarzen Löcher im Zentren von M87 und der Milchstraße sind dadurch entstanden, dass die Wissenschaftler*innen Signale vieler Radioteleskope anhand sehr genauer Zeitangaben kombiniert haben (siehe [Übungsaufgabe 14](#)). Es hat sehr viel Arbeit und Zeit gekostet, diese Aufnahmen aus den immensen Datenmengen der Teleskope zu errechnen. So wurden die dazugehörigen Daten schon 2017 erhoben. Die Auswertung der Daten fand übrigens teilweise in Deutschland am [Max-Planck-Institut für Radioastronomie](#) in Bonn statt.

Seit 2021 stehen also direkte (Radio-)Aufnahmen Schwarzer Löcher zur Verfügung. In den meisten Fällen kann man jedoch Schwarze Löcher nur indirekt auf die Schliche kommen (vgl. die [Übungsaufgaben 9, 10, 11 und 13](#)). So macht das [Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory](#) (LIGO) beispielsweise Schwarze Löcher dadurch ausfindig, indem es die Gravitationswellen misst, die bei der Verschmelzung zweier kompakter Objekte entstehen (vgl. [Übungsaufgabe 13](#)). Die erste erfolgreiche Messung von Gravitationswellen wurde 2015 durchgeführt, und für diese Leistung wurde 2017 der [Nobelpreis](#) für Physik vergeben. Die Wellen, die zur ersten Messung führten, entstanden durch die Kollision zweier Schwarzer Löcher.

Die Physiker*innen Reinhard Genzel und Andrea Ghez erhielten 2020 den Nobelpreis für den Nachweis, dass die Radioquelle **Sagittarius A*** im Zentrum der Milchstraße ein massives, kompaktes Objekt ist, für das ein Schwarzes Loch die einzige derzeit verfügbare Erklärung darstellt. Hierzu maßen die Forscher*innen über Jahre die Umlaufbahnen von Sternen, die Sagittarius A* umlaufen (vgl. Abb. 3). Durch eine detaillierte Kenntnis dieser Umlaufbahnen ließ sich die Masse sowie das Volumen der Radioquelle feststellen und eingrenzen (vgl. die [Übungsaufgabe 11](#)).

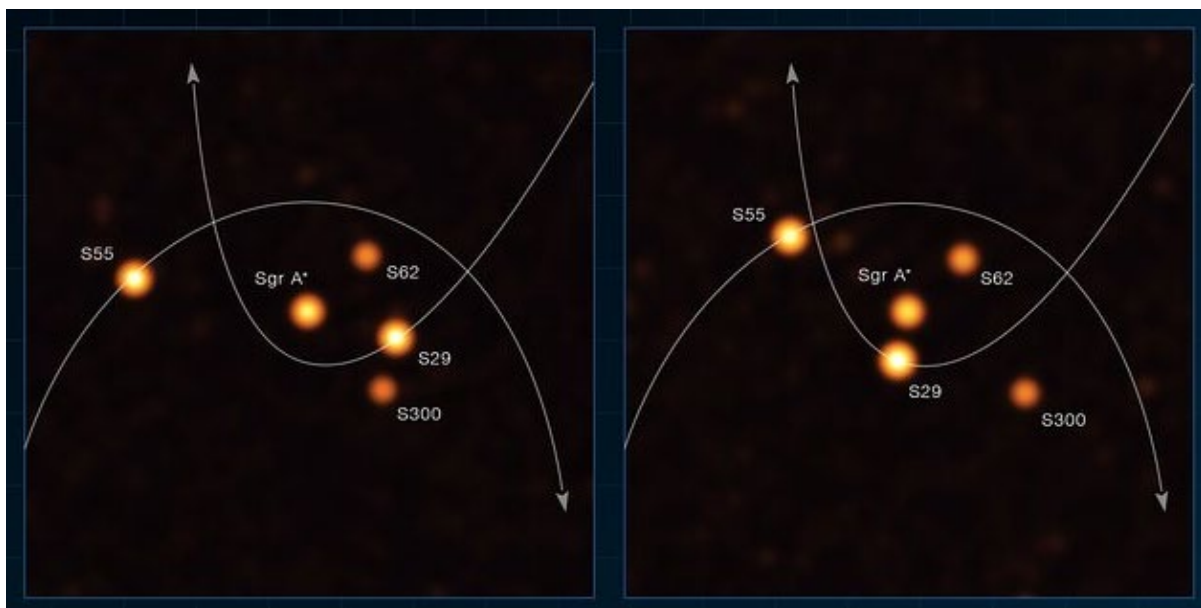


Abbildung 3: [Zwei Aufnahmen](#) einiger Sterne (S29, S55, S62 und S300), die ihre Bahnen um das supermassereiche Schwarze Loch Sagittarius A* (Sgr A*) ziehen. Die Aufnahmen wurden am 30. März und am 29. Mai 2021 mit dem [Very Large Telescope Interferometer \(VLTI\)](#) aufgenommen. Die Umlaufbahnen zweier dieser Sterne (S29 und S55) sind mit weißen Pfeilen angedeutet. Die Abbildung ist ein Ausschnitt der Original-Abbildung, die auf der Homepage der ESO zu finden ist. ©: ESO/GRAVITY collaboration [CC BY 4.0](#).

Verdampfung

[Zurück zum Anfang](#)

Der Physiker Stephen Hawking hat vorhergesagt, dass Schwarze Löcher Strahlung abgeben (die sogenannte **Hawking-Strahlung**), und hat versucht, dieses Phänomen populärwissenschaftlich und intuitiv zu schildern. Dafür muss man wissen, dass Teilchen-Antiteilchen-Paare im Vakuum spontan entstehen und wieder verschwinden können. Im Vakuum tauchen Teilchen (z. B. ein Elektron) und ihre Antiteilchen (z. B. ein Positron), mit anderen Worten paarweise aus dem Nichts auf, um sich gleich wieder in Nichts aufzulösen. Zunächst scheint dieses Phänomen ein Problem darzustellen. Immerhin kostet die Schöpfung von Teilchen Energie, und Energie ist eine erhaltene Größe. Wo kommt die Energie für diese Teilchen-Antiteilchen-Paare her? Die verkürzte Antwort ist, dass ihre Entstehung deshalb kein Problem darstellt, weil die Teilchen-Antiteilchen-Paare ja innerhalb sehr kurzer Zeit wieder verschwinden.

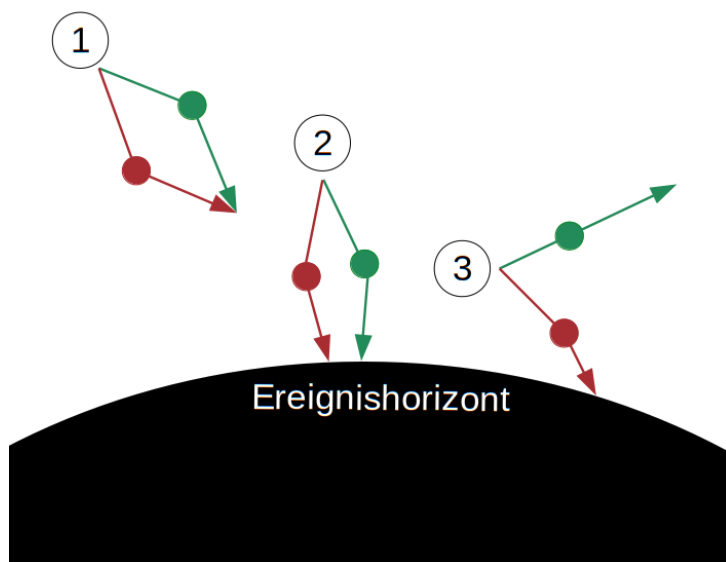


Abbildung 4: Vereinfachte Darstellung der populärwissenschaftlichen Schilderung der Hawking-Strahlung. Im Vakuum können (sogenannte virtuelle) Teilchen-Antiteilchen-Paare (hier als rote und grüne Punkte veranschaulicht) spontan entstehen und wieder verschwinden. Dieses Phänomen tritt auch im Vakuum nahe am Ereignishorizont eines Schwarzen Lochs auf (1). Teilchen-Antiteilchen-Paare können den Ereignishorizont überschreiten, bevor sie sich gegenseitig auslöschen (2). Falls aber nur eines der beiden ins Schwarze Loch fällt, bleibt ein Teilchen (oder Antiteilchen) zurück, das nicht ausgelöscht wird (3). Da Energie eine Erhaltungsgröße ist, muss die Entstehung des Teilchen-Antiteilchen-Paares in jedem Szenario (1,2,3) ein „Nullsummenspiel“ sein. In Szenario 3 bedeutet das, dass das Teilchen (oder Antiteilchen), das dem Schwarzen Loch entkommt, einen Teil der Masse des Schwarzen Lochs mit sich fortträgt. ©: Andreas Jørgensen, CC0.

Nehmen wir nun an, dass ein solches Teilchen-Antiteilchen-Paar spontan außerhalb eines Schwarzen Lochs nahe am Ereignishorizont entsteht, und nehmen wir an, dass eines von beiden unwiderruflich ins Schwarze Loch fällt, während das andere entkommt. Um wieder zu verschwinden, müssten sich das Teilchen und sein Antiteilchen lediglich gegenseitig auslöschen, was jetzt aber nicht mehr geht, da eins von beiden im Schwarze Loch verschwunden ist. Im Universum ist damit aus dem Nichts ein Teilchen oder Antiteilchen entstanden, das nicht mehr spontan verschwinden kann (vgl. Abb. 4). Das stellt dann doch Problem dar; auf Dauer können nicht einfach so Teilchen oder Antiteilchen aus dem Nichts entstehen. Immerhin ist Energie eine erhaltene Größe. Wo kommt die Energie dafür her?

Das kann man sich so erklären: Da Energie eine Erhaltungsgröße ist, muss der Prozess als Ganzes ein „Nullsummenspiel“ zur Folge haben. Da das eine Teilchen (oder Antiteilchen), das dem Schwarzen Loch entkommt, eine positive Energie hat, muss das andere, das ins Schwarze Loch fällt, eine entsprechend hohe negative Energie haben. Obwohl Teilchen/Antiteilchen mit solchen negativen Energien außerhalb eines Schwarzen Lochs nicht vorkommen, können sie auf der anderen Seite des Ereignishorizonts sehr wohl auftreten. Durch die Aufnahme eines Teilchens/Antiteilchens mit negativer Energie, nimmt die Gesamtenergie des Schwarzen Lochs ab. Anders ausgedrückt muss das Schwarze Loch einen Teil seiner Energie abgeben als Folge der Entstehung des neuen Teilchens (oder Antiteilchens), das ihm entkommt. Dadurch schrumpft das Schwarze Loch mit der Zeit, sollte es diesen Energieverlust nicht durch die Aufnahme anderer Materie wettmachen können.

Die Zeitspanne t bis das Schwarze Loch völlig zerstrahlt/verdampft ist, kann wie folgt berechnet werden:

$$t \approx 2.1 \times 10^{67} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^3 \text{ Jahre.}$$

Hier bezeichnet M_{\odot} eine Sonnenmasse.

Schließen wir nun diesen WIS-Beitrag mit einem kurzen **Gedankenexperiment**. Nehmen wir an, dass wir es schaffen würden im Laboratorium ein Schwarzes Loch mit der Masse einer Erbse (0,1 g) zu erschaffen. Würden wir den Weltuntergang herbeiführen? Nein. Erstens wäre das entstandene Schwarze Loch recht kurzlebig (3×10^{-36} s). Zweitens wäre das Gravitationsfeld des kleinen Schwarzen Lochs in gebührendem Abstand von dem einer Erbse nicht zu unterscheiden. Wir würden also genauso wenig von diesem Schwarzen Loch wie von einer Erbse eingesaugt werden.

Literatur und Quellen

[Zurück zum Anfang](#)

- [1] Lothar Meyerm Gerd-Dietrich Schmidt, Detlef Hoche, Josef Küblbeck, Rainer Reichwald, Oliver Schwarz, *Basiswissen Schule – Physik Abitur*, 2003, Dudenverlag (PAETEC Verlag für Bildungsmedien), ISBN 3-411-71751-3
- [2] James B. Hartle, *Gravity – An introduction to Einstein's General Relativity*, 2003, Addison Wesley, ISBN 0-8053-8662-9
- [3] Peter Schneider, *Extragalactic Astronomy and Cosmology*, 2006, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN-13 978-3-540-33174-2
- [4] Marc L Kutner, *Astronomy – A Physical Perspective*, 2009, Cambridge University Press, ISBN: 978-0-521-52927-3
- [5] Hale Bradt, *Astronomy Methods – A Physical Approach to Astronomical Observations*, 2009, Cambridge University Press, ISBN: 978-0521-53551-9
- [6] Sean M. Carrol, *Spacetime and Geometry*, 2004, Pearson Education, ISBN 0-8053-8732-3
- [7] The Event Horizon Telescope Collaboration, *First Sagittarius A* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way*, 2022, The Astrophysical Journal Letters, 930
- [8] Event Horizon Telescope Collaboration, *First M87 Event Horizon Telescope Results. II. Array and Instrumentation*, 2019 The Astrophysical Journal Letters, 875

Die European Southern Observatory ([ESO](#)) stellt Videos zu Sagittarius A* zur Verfügung:

<https://www.eso.org/public/videos/eso1151b/>

<https://www.eso.org/public/videos/eso0226a/>

Auch die Einträge zu [Schwarzen Löchern](#) sowie zur [Hawking-Strahlung](#) auf Wikipedia wurden herangezogen. Diese Einträge können teilweise auch als Unterrichtsmaterial genutzt werden, da sie auf eine detaillierte Einführung in die zugrundeliegende Mathematik zu Großen teilen verzichten.

Übungsaufgaben

[Zurück zum Anfang](#)

1. Zeigt, dass man beim Einsetzen der Lichtgeschwindigkeit in die klassische Formel zur Berechnung der Fluchtgeschwindigkeit die Formel zur Berechnung des Schwarzschildradius herleiten kann.
2. Recherchiert (z. B. auf Wikipedia) und beschreibt, was passiert, wenn ein Beobachter in ein Schwarzes Loch fällt.
3. In diesem WIS-Beitrag haben wir uns ausschließlich mit statischen Schwarzen Löchern beschäftigt, welche sich lediglich durch ihre Masse unterscheiden. Schwarze Löcher können sich aber noch in zwei weiteren physikalischen Kenngrößen unterscheiden. Findet heraus, welche diese Kenngrößen sind. Welchen Einfluss haben diese Kenngrößen auf das Schwarze Loch?
4. Berechne die Fluchtgeschwindigkeit auf der Oberfläche vom Mond, vom Mars, vom Jupiter bzw. vom Zwergplaneten Pluto. Vergleiche eure Ergebnisse mit der Geschwindigkeit eines schnellen Golfballs (300 km/h, vgl. [Wikipedia](#)) sowie der Schallgeschwindigkeit in trockener Luft bei 20 °C (343 m/s).
5. Schwarze Löcher kommen in einem breiten Massenspektrum vor. Berechne den Schwarzschildradius für ein Schwarzes Loch mit der Masse eines großen Hundes (70 kg), eines großen Blauwals (190 Tonnen), der Erde ($5,97 \times 10^{24}$ kg), des Jupiters ($1,898 \times 10^{27}$ kg), der Sonne ($1,989 \times 10^{30}$ kg) und der Kleinen Magellanschen Wolke (7×10^9 Sonnenmassen) (bzgl. der angegebenen Massen vgl. [Wolfram Alpha](#) und [Wikipedia](#)). Vergleiche eure Ergebnisse mit physikalischen Größen, Alltagsgegenständen oder Entfernungen, die die Größenordnung der errechneten Schwarzschildradien veranschaulichen.
6. Bestimme die Lebensdauer der Schwarzen Löcher in [Übungsaufgabe 5](#), d. h. die Zeitspanne bis sie vollständig verdampft sind. Bestimme darüber hinaus die Lebensdauer eines Schwarzen Lochs mit einer Masse von 2×10^8 kg bzw. 10^9 kg. Versuche die Massen der letzten beiden Schwarzen Löcher in Einheiten der Masse von Alltagsgegenständen auszudrücken. Vergleiche die berechneten Zeitspannen mit einer relevanten Zeiteinheit, um eure Ergebnisse zu relativieren (z. B. dem Alter des Universums, dem Alter der Erde, dem Alter der Pyramiden, oder deinem eigenen Alter).
7. Die Sonne wird sich nicht zu einem Schwarzen Loch entwickeln. Stattdessen wird die Sonne als ein sogenannter [Weißer Zwerg](#) enden. Recherchiere dieses Endstadium. Könnt ihr mit eigenen Worten erklären, was ein Weißer Zwerg ist und wie solche Himmelskörper entstehen? Im Fall der Sonne wird der Weiße Zwerg einen Kohlenstoff-Sauerstoff-Kern besitzen. Wie sind so große Mengen dieser Elemente entstanden? Welche anderen Typen von Weißen Zwergen gibt es?
8. Manche Sterne beenden ihre Entwicklung als sogenannte [Neutronensterne](#). Recherchiere dieses Endstadium. Könnt ihr mit eigenen Worten erklären, was Neutronensterne sind und wie sie entstehen?
9. Schwarze Löcher lassen sich beispielsweise durch den sogenannten Gravitationslinseneffekt aufspüren. Findet heraus, was es damit auf sich hat. Taucht hierzu mit WIS tiefer ins Thema ein: <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/gravitationslinsen-eine-sterne-stunde-einsteins/1571150>.

10. Recherchiert was Aktive Galaxienkerne (AGN) sind.
11. Tab. 1 (siehe unten) enthält Angaben zu den Umlaufbahnen von 10 Sternen, die das Schwarze Loch Sagittarius A* im Zentrum der Milchstraße umkreisen (vgl. die Abb. 3 und 5). Berechnet anhand dieser Angaben die Masse des Schwarzen Lochs. Gebt eure Antwort in Sonnenmassen an. Recherchiert, um herauszufinden, ob euer Ergebnis mit der Wirklichkeit übereinstimmt.

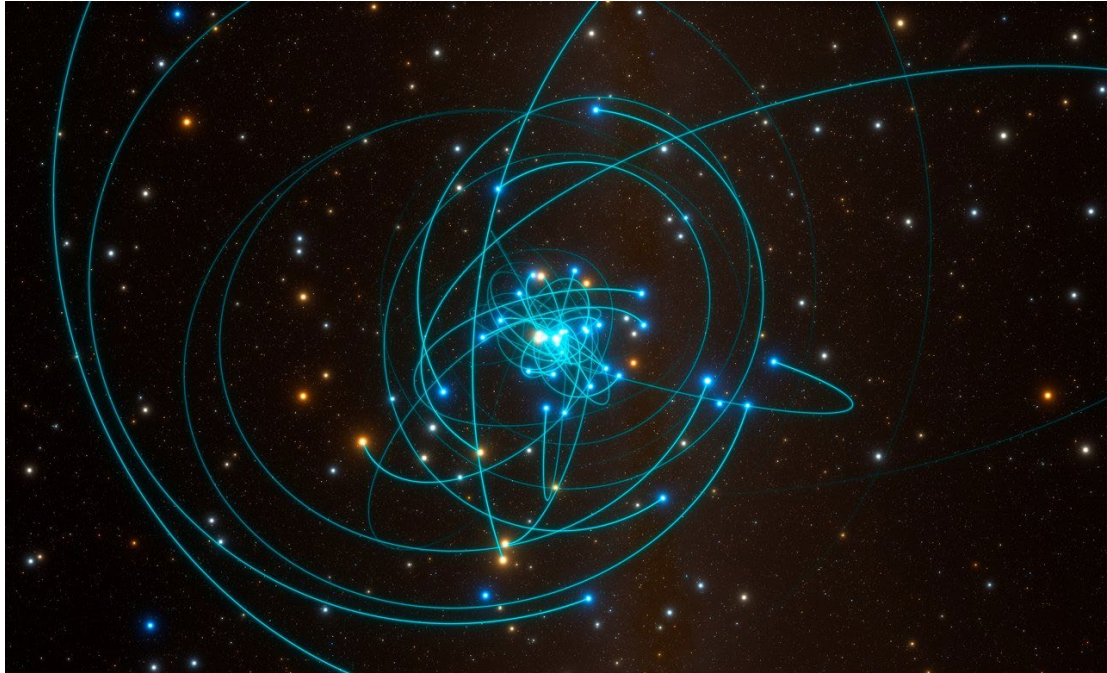


Abbildung 5: Darstellung der von den Forscher*innen berechneten Umlaufbahnen der Sterne, die um Sagittarius A* kreisen. ©: [ESO/L. Calçada/spaceengine.org](https://www.eso.org/observatories/lco/calçada), [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Tipp: Das **dritte Keplersche Gesetz** beschreibt den Zusammenhang zwischen der Umlaufzeit (T) und der großen Halbachse (a) für die Bewegung zweier Massen M und m . In dieser Aufgabe ist die Masse (m) des Sterns im Vergleich zur Masse (M) des Schwarzen Lochs vernachlässigbar. Somit lautet das dritte Keplersche Gesetz:

$$T^2 \approx \frac{4\pi^2 a^3}{GM}$$

Hier bezeichnet G die Gravitationskonstante. Geht in dieser Aufgabe sorgfältig mit den Einheiten um. Ein Parsec (pc) entspricht $3,0857 \times 10^{16}$ m und ein Jahr enthält 365,25 Tage.

Stern (Kennzeichnung)	Große Halbachse a in pc	Umlaufzeit T in Jahren
S1	0,02359	166,0
S2	0,004976	16,0
S4	0,01415	77,0
S6	0,02607	192,0
S8	0,01605	92,9
S9	0,01080	51,3
S12	0,01184	58,9
S13	0,01047	49,0
S14	0,011352	55,3
S17	0,01411	76,6

Tabelle 1: Große Halbachse und Umlaufzeit für zehn Sterne um Sagittarius A*. Die Angaben basieren auf „An update on monitoring stellar orbits in the galactic center“ von [Gillesen et al. \(2017\)](https://doi.org/10.1086/6481111), the *Astrophysical Journal*, 837. Die Angaben wurden unter der Annahme in pc umgerechnet, dass Sagittarius A* sich in einer Entfernung von 26673 Lichtjahren befindet. Diese Annahme basiert auf „A geometric distance measurement to the Galactic center black hole with 0.3 % uncertainty“ von the [Gravity Collaboration \(2019\)](https://doi.org/10.1086/6481111), *Astronomy & Astrophysics*, 625.

12. Ein Körper kann ein Schwarzes Loch in festen Bahnen umkreisen. Befindet sich der Körper jedoch zu nahe am Ereignishorizont, ist keine stabile Umlaufbahn mehr möglich. Die Grenze für eine stabile Rotation bezeichnet man als den innermost stable circular orbit (ISCO). Für ein Schwarzes Loch im von Schwarzschild beschriebenen statischen Szenario beträgt diese Grenze

$$r_{ISCO} = 3r_s = \frac{6GM}{c^2}.$$

Berechnet diese Größe für das Schwarze Loch im Zentrum der Milchstraße (vgl. die Übungsaufgabe 11). Vergleicht euer Ergebnis mit den Werten für die große Halbachse in Tabelle 1.

13. Schwarze Löcher können durch Gravitationswellen entdeckt werden. Was sind Gravitationswellen? Taucht mit WIS tiefer in dieses Thema ein: <http://www.wissenschaft-schulen.de/alias/material/die-neue-welle/1377457>.

14. Die Aufnahmen der EHT Collaboration in Abb. 1 wurden bei einer Wellenlänge (λ) von 1,3 mm aufgenommen. Die Winkelauflösung ($\Delta\theta$) der EHT Collaboration beträgt ungefähr 25 Mikrobogensekunden (vgl. Quelle [6]). Auf Aufnahmen der EHT Collaboration sind die Bilder von Himmelskörpern somit nicht voneinander zu unterscheiden, wenn der Winkelabstand zwischen ihnen weniger als 25 Mikrobogensekunden entspricht. Die Bilder verschmelzen bei zu kleinen Winkelabständen wegen der Beugung der beobachteten Radiowellen.

Die Winkelauflösung ($\Delta\theta$) eines Teleskops hängt von seinem Durchmesser (D) sowie der beobachteten Wellenlänge (λ) ab und ist im Bogenmaß (Radian) durch die folgende Formel gegeben:

$$\Delta\theta \approx \frac{\lambda}{D}.$$

360° entsprechen 2π Radian. 1° entspricht 60 Bogenminuten (') bzw. 3600 Bogensekunden ("). Berechnet, wie groß der Durchmesser eines einzelnen Teleskops sein müsste, um die Winkelauflösung der EHT Collaboration zu erreichen? Vergleicht eure Antwort mit dem Durchmesser der Erde. Ihr werdet sehen, dass der Bau eines solchen Teleskops praktisch nicht umsetzbar ist. Deshalb greift die EHT Collaboration darauf zurück, die Messungen mehrerer Teleskope zusammenzuführen (vgl. Interferometrie). Bei der Interferometrie spielt nicht der Durchmesser der einzelnen Teleskope, sondern der Abstand zwischen ihnen eine Rolle.

15. Berechnet die Winkelauflösung des menschlichen Auges bei 550 nm (grünes Licht) unter der Annahme, dass die Pupille einen Durchmesser von 4 mm hat (vgl. Wikipedia). Vergleicht eure Antwort mit der Winkelauflösung der EHT Collaboration (siehe Übungsaufgabe 14) sowie dem Winkeldurchmesser des Mondes von der Erde aus gemessen.

16. Aus der Formel in Aufgabe 14 können wir schließen, dass es zwei Möglichkeiten gibt, um das Winkelauflösungsvermögen eines Teleskops zu verbessern, d. h. $\Delta\theta$ kleiner zu machen. Entweder wir erhöhen den Durchmesser (D) des Teleskops, oder wir beobachten das Objekt bei einer kürzeren Wellenlänge (λ). Vergleichen wir beispielsweise die Radiowellen, auf die die EHT Collaboration zurückgreift, mit optischem Licht, ist die Wellenlänge des optischen Lichts mehr als zweitausendmal kürzer, was $\Delta\theta$ zweitausendmal kleiner machen würde. Da stellt sich doch die Frage, warum die Wissenschaftler*innen nicht optische Teleskope statt Radioteleskope für die Messungen an Saggiarius A* benutzt haben. Beantwortet diese Frage qualitativ.

Lösungen zu den Übungsaufgaben

[Zurück zum Anfang](#)

Zu 1. Setzt man die Lichtgeschwindigkeit (c) in die Formel für die Fluchtgeschwindigkeit ein, so erhält man

$$c = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \Leftrightarrow c^2 = \frac{2GM}{r} \Leftrightarrow rc^2 = 2GM \Leftrightarrow r = \frac{2GM}{c^2}.$$

Zu 2. Diese Aufgabe lädt zu selbständigen Projekten ein. Hier ist es z. B. interessant, den Eindruck eines weit entfernten Beobachters mit der Schilderung des Beobachters, der ins Schwarze Loch fällt, zu vergleichen.

Zu 3. Diese Aufgabe lädt zu selbständigen Projekten ein. Schwarze Löcher unterscheiden sich durch ihre Masse (Energie), ihre elektrische Ladung und ihren Drehimpuls. Diese Eigenschaften ändern sich durch aufgesammelte Materie. So gelten für Schwarze Löcher wie im Allgemeinen die Erhaltungsgesetze der Energie, der Ladung und des Drehimpulses. Schwarze Löcher mit elektrischer Ladung sind nicht von großer astronomischer Bedeutung. Dass ein Schwarzes Loch einen Drehimpuls hat, heißt, dass es rotiert, und dass die Raumzeit um das Schwarze Loch herum sich mitdreht. Ein Körper, der in ein rotierendes Schwarzes Loch fällt, wird ebenso mitgerissen. Der Aufbau eines rotierenden Schwarzen Lochs ist zudem etwas komplizierter als der eines statischen Schwarzen Lochs (vgl. [Ergosphäre](#)).

Zu 4. Die Fluchtgeschwindigkeiten auf der Oberfläche der verschiedenen Himmelskörper sind in Tabelle 2 zusammen mit den dazugehörigen Radien und Massen angegeben. In allen vier Szenarien, muss eine Golfspieler*in keine Angst haben einen Golfball zu verlieren.

Himmelskörper	Radius (km)	Masse (kg)	Fluchtgeschwindigkeit (km/s)
Mond	1737	$7,346 \times 10^{22}$	2,4
Mars	3390	$6,417 \times 10^{23}$	5,0
Jupiter	69911	$1,898 \times 10^{27}$	60,2
Pluto	1188	$1,303 \times 10^{22}$	1,2

Tabelle 2: Fluchtgeschwindigkeiten auf der Oberfläche verschiedener Himmelskörper.

Zu 5. Setzt man die angegebenen Massen in die Formel für den Schwarzschildradius ein, so erhält man für den Hund bzw. den Blauwal $1,04 \times 10^{-25}$ m bzw. $2,82 \times 10^{-22}$ m. In beiden Fällen, ist der Schwarzschildradius viele Größenordnungen kleiner als der Radius eines Atomkerns, $(1-10) \times 10^{-15}$ m. Der Schwarzschildradius der Erde, des Jupiters bzw. der Sonne betragen $8,87 \times 10^{-3}$ m (d.h. ungefähr 1 mm), 2,82 m bzw. 2,95 km. Der Schwarzschildradius der Kleinen Magellanschen Wolke beträgt $2,07 \times 10^{10}$ km, was ungefähr 140 Astronomischen Einheiten entspricht.

Zu 6. Für ein Schwarzes Loch mit der Masse eines Hundes bzw. eines Blauwals erhält man eine Lebensdauer von 3×10^{-11} s bzw. 0,6 s. Solche Schwarzen Löcher sind also sehr kurzlebig. Schwarze Löcher mit einer Masse von 2×10^8 kg bzw. 10^9 kg haben eine Lebensdauer von 21 Jahren bzw. 2700 Jahren. Schließlich verdampfen Schwarze Löcher mit den Massen der Erde, des Jupiters, der Sonne bzw. der Kleinen Magellanschen Wolke erst nach 6×10^{50} Jahren, 2×10^{58} Jahren, 2×10^{67} Jahren bzw. 7×10^{96} Jahren, was in allen vier Fällen bei weitem das Alter des Universums übersteigt.

[Zurück zum Anfang](#)

Zu 7. Auch diese Aufgabe lädt zu selbständigen Projekten ein. Die Sonne befindet sich auf der Hauptreihe. In diesem Stadium wandelt sie in ihrem Innern durch Kernfusion Wasserstoff in Helium um. Wenn sie die Wasserstoffreserven nahe ihrem Zentrum aufgebraucht hat, wird sie zum Roten Riesen und wird Helium zu Kohlenstoff und Sauerstoff fusionieren. Danach werden die Temperatur und Dichte des Plasmas jedoch nicht ausreichen, um weitere Kernreaktionen zu ermöglichen. Nachdem der Rote Riese seine äußeren Schichten abgestoßen hat, wird ein kompakter Kern aus Kohlenstoff und Sauerstoff übrigbleiben, der langsam abkühlt. Es gibt auch Sterne, deren nuklearer Energievorrat schon nach der Umwandlung von Wasserstoff in Helium versiegt, und Weiße Zwerge mit einem Sauerstoff-Neon-Magnesium-Kern.

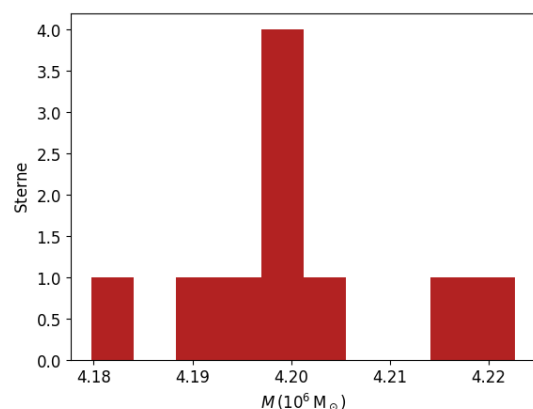
Zu 8. Auch diese Aufgabe lädt zu selbständigen Projekten ein. Massereiche Sterne können durch Kernfusion Elemente mit immer höheren Ordnungszahlen erzeugen. Jedoch setzt Kernfusion nur für die Elemente Energie frei, die sich im Periodensystem vor Eisen einreihen. Wenn der Kern des Sterns große Mengen an Eisen angesammelt hat, versiegt somit der nukleare Energievorrat. Der Kern des Sterns kollabiert. Die Energie, die beim Kollaps freigegeben wird, spaltet die Atomkerne wieder in Neutronen und Protonen. Die Protonen fangen die Elektronen ein und werden somit zu Neutronen umgewandelt. Dadurch entsteht ein kompaktes Objekt, das fast ausschließlich aus Neutronen besteht.

Zu 9. Auch diese Aufgabe lädt zu **selbständigen Projekten** ein.

Zu 10. Auch diese Aufgabe lädt zu selbständigen Projekten ein. Der Begriff „AGN“ umfasst beispielsweise Quasare und bezeichnet übergeordnet Galaxien, deren Zentrum große Mengen an Strahlung aussendet. Diese Strahlung stammt von Materie, die sich in einer Scheibe um ein supermassereiches Schwarzes Loch befindet und dabei ist, ins Schwarze Loch zu stürzen. Die Aufnahme in Abb. 1 auf der Titelseite zeigt einen solchen aktiven Galaxienkern (M87*).

Zu 11. Anhand der Werte, die für die zehn Sterne angegeben sind, erhält man eine Masse des Schwarzen Lochs von ungefähr 4,2 Millionen Sonnenmassen (vgl. Abb. 6). Dieser Wert steht im Einklang mit den Ergebnissen komplexer astrophysikalischer Modellrechnungen.

Abbildung 6: Histogramm der Verteilung der errechneten Massen von Sagittarius A* anhand der Werte in Tabelle 1 basierend auf die Annäherung an das 3. Keplersche Gesetz. ©: Andreas Jørgensen, CC0.



Zu 12. Setzt man die 4,2 Millionen Sonnenmassen aus Aufgabe 11 in die Formel ein, so erhält man einen Radius des ISCO von $3,7 \times 10^{10}$ m, was $1,2 \times 10^{-6}$ pc entspricht. Dieses Ergebnis scheint mit den Werten in Tabelle 1 vereinbar zu sein. Zumindest sind keine der angegebenen Halbachsen kleiner als der berechnete Wert.

Zu 13. Auch diese Aufgabe lädt zu **selbständigen Projekten** ein.

Zu 14. Um die gewünschte Winkelauflösung zu erreichen, müsste der Durchmesser des Teleskops 10726 km erreichen, was 85 Prozent des Erddurchmessers entspricht. Die einzelnen Teleskope und Interferometer der EHT Collaboration sind deshalb über die ganze Erde verteilt.

Zu 15. Die Winkelauflösung des Auges bei 550 nm ist 28 Bogensekunden. Der scheinbare Winkeldurchmesser des Mondes ist ungefähr ein halbes Grad (vgl. [Wikipedia](#)).

Zu 16. Zwischen uns und dem Zentrum der Milchstraße befinden viele Gas- und Staubwolken, was zu einer signifikanten Schwächung des optischen Lichts aus dieser Region führt. Möchte man Beobachtungen mit Teleskopen auf der Erdoberfläche durchführen, kommt noch hinzu, dass große Teile des infraroten Lichts es nicht durch die Atmosphäre schaffen. Beobachtungen im Infrarotbereich werden deshalb gerne mit Weltraumteleskopen durchgeführt.