

Logarithmus in Naturwissenschaft und Technik

Alexander Schäfer

Informationen für die Lehrkraft auf einen Blick:

Zielgruppe	Kurstufe
Fächer	NwT, Technik, Mathematik
Bildungsplanbezug	Vorläufige Bildungsstandards für den Schulversuch NwT Kursstufe in Baden-Württemberg
Kompetenzbereich(e)	Technik verstehen und mathematische Vorhersagen treffen Technik nutzen: Materialien sachgerecht auswählen und nutzen
Materialien	elektronische Bauteile Steckplatinen, Kabel sowie je ein stabilisiertes Netzgerät oder Batterien

In vielen Bereichen der Naturwissenschaften oder der Technik stößt man auf logarithmische Skalen, die bekanntermaßen von der üblichen linearen Skala abweichen. Welche der beiden Skalen die „natürliche“ sei, wird z.B. in [Springers Einwüfe SdW 7/2009 S. 24](#) diskutiert.

Zusammenhänge, die sich über mehrere Größenordnungen erstrecken, werden grafisch oft mit logarithmischen Skalen dargestellt. Weniger bewusst ist, dass einige physikalische oder chemische Größen sogar über den Logarithmus definiert werden. Auch in der Technik verbirgt sich hinter einigen Skalen ein logarithmischer Zusammenhang.

In einer Unterrichtseinheit für die Kursstufe des Faches Naturwissenschaft und Technik (NwT) in Baden-Württemberg, die sich mit der selbständigen Planung und Herstellung einfacher elektronischer Schaltungen beschäftigt, wird dies ebenfalls thematisiert. Man findet diese unter: <http://www.schule-bw.de/unterricht/faecher/nwt/unterrichtseinheiten>

>> Kursstufe >> Dimensionierung einer Schaltung

An dieser Stelle soll der mathematische Aspekt dieser Skala vertieft dargestellt werden.

Beim Entwurf und der Herstellung elektronischer Schaltungen stößt man beim Einkauf der Bauteile auf eine auf den ersten Blick ungleichmäßige Skalierung und fragt sich nach dem Grund für diese Unregelmäßigkeit.

Die ohmschen Widerstände werden in Serien angeboten, die sich jeweils über eine Dekade erstrecken. In der nächsten Dekade sind Widerstandswerte mit derselben Ziffernkombination erneut verfügbar.

Hier ist das Ergebnis einer Ursachenforschung gerade so einfach wie überraschend: die Techniker haben eine logarithmische Skala gewählt.



Box mit Widerständen für den Bau elektronischer Schaltungen
Sammlung NwT
Foto von A. Schäfer

Lineare Skala

Wenn wir bei 10Ω eine Baureihe anfangen und wie gewohnt die Serie mit 20Ω , 30Ω , 40Ω , 50Ω , 60Ω , 70Ω , ... weiterführen, nehmen die prozentuale Abstände zwischen den Widerstandswerten der Bauteile ab.

Die Qualität eines Bauteils hängt aber entscheidend von der Abweichung des tatsächlichen Wertes vom Nennwert ab. Typisch sind in diesem Bereich Toleranzen von 10%.

Zwischen 10Ω und 20Ω fehlen also sehr viele Bauteile, während dies im Bereich zwischen 80Ω und 90Ω nicht der Fall ist.

Toleranz

Wenn wir von den typische Toleranzen bei Widerständen von 10% ausgehen und wieder mit dem ersten Widerstand bei 10Ω starten, dann liegt der Wert 11Ω um 10% darüber und ca. 10% unter 12Ω. So wird es sinnvoll sein, in der Einkaufsliste als nächste Stufe 12Ω an zu bieten. Die weitere Rechnung ergibt Stufen von 14Ω und 17Ω.

Aufgabe: berechne mit einen Tabellenkalkulationsprogramm die Serie der Widerstände zwischen den Werten 10Ω und 200Ω nach dieser Vorschrift.

[Lösung](#)

Dekaden

Das System soll möglichst einfach sein und sich mit derselben Ziffernkombination in jeder Dekade wiederholen. Es soll also weitere Stufungen ergeben mit 100Ω, 120Ω, 140Ω ... bzw. 1kΩ, 1,2kΩ, 1,4kΩ ...

Die geplante Einteilung muss also so angepasst werden, dass der 10fache Startwert wieder getroffen wird.

Aufgabe:

Bestimme die Zahl der Stufen die benötigt wird, um den 10fachen Startwert wieder zu erreichen.

Lösung:

Es kommen 12 oder 13 Stufen in Frage. Wir entscheiden uns für die Zahl 12, weil sich damit eine leichtere Unterteilung in Serien mit nur 6, 4 oder 3 Bauteilen ergeben wird.

Spezielle Lösung: die E12 Baureihe

In der E12 Baureihe werden von 10Ω bis 100Ω eben 12 Widerstände angeboten. Aufeinanderfolgende Widerstände unterscheiden sich um den Faktor $\sqrt[12]{10}$

Aufgabe:

Ändere die oben erstellte Tabellenkalkulation so ab, dass die E12 Reihe dargestellt wird.

[Lösung](#)

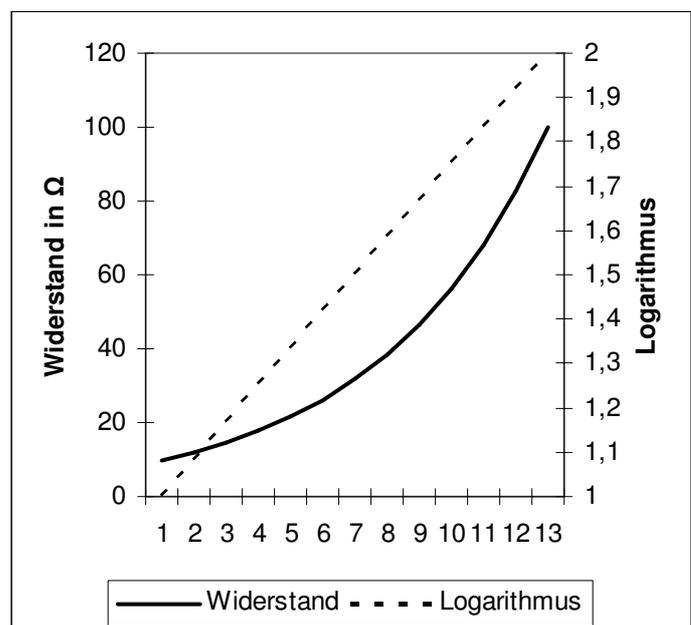
Aufgabe:

Vergleiche mit der E12 Normreihe: 10Ω, 12Ω, 15Ω, 18Ω, 22Ω, 27Ω, 33Ω, 39Ω, 47Ω, 56Ω, 68Ω, 82Ω, 100Ω und bestimme die prozentualen Abweichungen.

Aufgabe:

Stelle die Widerstandsreihe grafisch in einem linearen und einem logarithmischen Maßstab dar.

[Lösung](#)



Aufgabe:

Für höhere Genauigkeiten sind auch Widerstandsbaureihen der E24 und E48 Reihe verfügbar. Bestimme die Werte rechnerisch und vergleiche sie mit Normwerten. Die Normwerte sind z.B. aus WIKIpedia entnehmbar.

Logarithmische Zusammenhänge zeigen sich in einer Vielzahl weiterer Bereiche. Die wichtigsten Beispiele sind in SdW von Prof. Norbert Treitz dargestellt. Siehe auch Logarithmus in Naturwissenschaft und Technik in SdW 6/2008 S. 42f und SdW 7/2008 S.36f

Aufgabe

Bereite eine Präsentation zu einem der folgenden Themen vor. Die Ausarbeitung sollte sowohl einen rechnerischen als auch einen grafischen Bezug zum Logarithmus herstellen:

- (1) Fotografie: Filmempfindlichkeit (DIN)
- (2) Musik: Tonleiter
- (3) Lautstärke: Dezibel
- (4) Erdbeben: Richterskala
- (5) Chemie: pH Wert
- (6) Technik: Leistung von Glühlampen
- (7) Papier: DIN-Format
- (8) Körpergröße bei den Tieren der Arche Noah
- (9) Astronomie: scheinbare Helligkeit und Strahlungsleistung