

Die Bestimmung der Solarkonstante - ein ‚Low cost‘-Versuch mit ‚Know how‘

Olaf Fischer

Auch wenn es noch scheinbar reichlich aus der Erde quillt, das Erdöl wird knapper. Die im Mai 2005 erreichte Tagesförderung von 74,3 Mio Barrel wurde seither nicht mehr erreicht. Wir müssen nach vorne schauen und versuchen, andere Energiequellen stärker anzuzapfen, allen voran die Strahlung der Sonne. Ein anderes Problem, das unseren Blick auf den Energiegehalt der Sonnenstrahlung lenkt, ist der sogenannte Klimawandel. Wie stabil ist die Energiezufuhr von unserem Zentralgestirn? Dies müssen wir wissen, um hausgemachte Klimaveränderungen erkennen zu können. Die in Erdentfernung senkrecht pro Quadratmeter und Sekunde einfallende Strahlungsenergie der Sonne, die Solarkonstante, gilt es (noch dazu in verschiedenen Spektralbereichen) zu überwachen.

Die Bestimmung der Solarkonstante kann auch mit einfachen Hilfsmitteln zu ansprechenden Ergebnissen führen, wenn man die wesentlichen Einflussgrößen berücksichtigt. Dabei kommen verschiedene bekannte physikalische und mathematische Zusammenhänge zur Anwendung. Im Folgenden wird die Solarkonstantenbestimmung als **Praktikumsaufgabe** vorgestellt.

| Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag | | |
|--------------------------------------|--|--|
| Physik | Thermodynamik, Optik | Grundgleichung der Wärmelehre, Wärmemenge , Strahlungsenergie, Energietransport durch Strahlung , Schwarzer Körper , Absorption |
| Astronomie | Astropraxis, Sterne | Sonne, Solarkonstante, Praktikumsaufgabe, Strahlungsverdünnung bei Schrägeinfall |
| Fächer- verknüpfung | Astro-Ma, Astro-Informatik, Astro-Geo | Lineare Funktion, Ausgleichsgerade , lineare Regression , Extrapolation , Erdatmosphäre , Programm Excel |

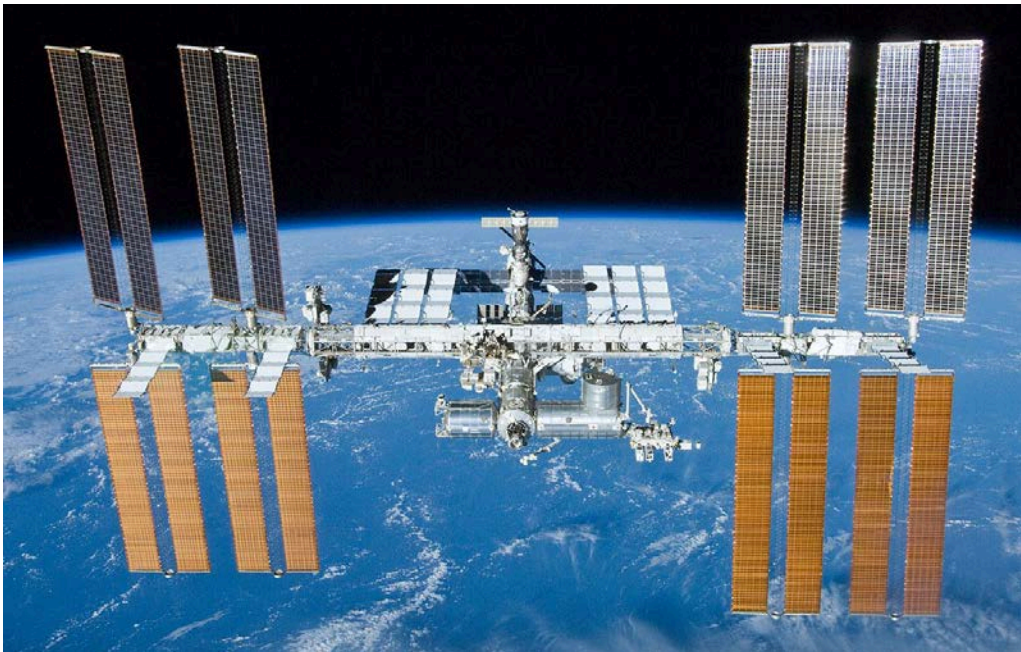


Abbildung 1: Die Internationale Raumstation aus Sicht von der Raumfähre Atlantis nach ihrem Ablegen am 23. 5. 2010. ©: NASA/Crew of STS-132 – <http://spaceflight.nasa.gov/gallery/images/shuttle/sts-132/hires/s132e012208.jpg>, <http://spaceflight.nasa.gov/gallery/images/shuttle/sts-132/html/s132e012208.html>, Public Domain.

Kleine Aufgabe: Die Solarpanele der ISS haben mit einer Fläche von ca. 450 m² eine Leistung von etwa 110 kW. Wie groß ist ihr Wirkungsgrad?

Lösung: $\eta = E_{\text{elektrisch}}/E_{\text{Strahlung}} = 110 \text{ kW} / (450 \text{ m}^2 \cdot 1,367 \text{ kW/m}^2) \approx 110 \text{ kJ} / 615 \text{ kJ} \approx 0,18$.

Ein kurzes Wort zur Konstanz der Solarkonstante

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Es sollte erwähnt werden, dass es sich bei der Solarkonstante um einen mittleren Wert (1366 W/m^2) handelt, der wegen der Variation des Abstands Erde-Sonne zwischen 1325 W/m^2 und 1420 W/m^2 und wegen der periodisch auftretenden Sonnenaktivität im Promillbereich schwankt. Außerdem nimmt die Leuchtkraft der Sonne im Rahmen ihres Hauptreihenstadiums langsam zu.

Die Praktikumsaufgabe

Die Bestimmung der Solarkonstante ist ein grundlegender Versuch, der entsprechend häufig in der Schulliteratur zu finden ist (siehe z. B. [1], [2], [3], [6]), wobei meist nur knappe Versuchsbeschreibungen gegeben werden. Im Folgenden wird eine detaillierte Beschreibung eines Versuchs und seiner Auswertung geliefert. Sowohl die Beschreibung als auch die Einfachheit der eingesetzten Mittel erleichtern eine Nachahmung. Die Genauigkeit der Ergebnisse kann die Schüler von der Anwendbarkeit verschiedener bekannter physikalischer und mathematischer Zusammenhänge überzeugen.

Inhaltsübersicht:

- *Versuch*
- *Wesentliche Schritte der Versuchsdurchführung*
 1. *Vorab-Messungen*
 2. *10 Messungen*
 3. *Bestimmung der eingestrahnten Energie: Erwärmung*
 4. *Bestimmung der abgestrahlten Energie: Abkühlung*
 5. *Aufstellung der Energiebilanz*
 6. *Korrektur der unvollständigen Absorption*
 7. *Bestimmung der Stärke des Strahlungsstroms*
 8. *Umrechnung für senkrechten Strahlungseinfall*
 9. *Korrektur der Abschwächung der Strahlung in der Erdatmosphäre*
 10. *Korrektur der selektiven Absorption in der Erdatmosphäre*
 11. *Fehlerdiskussion*
- *Mess- und Auswertbeispiel*

Versuch

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Zur Bestimmung der Solarkonstante nutzt man einen Schwarzen Körper, der durch einen einseitig mit Ruß geschwärzten Aluminiumkörper angenähert wird (siehe Abb. 2). Die Temperaturerhöhung des Schwarzen Körpers bei Sonnenbestrahlung ist ein Maß für die pro Zeit- und Flächeneinheit zugeführte Strahlungsenergie. Die Einfachheit der Messanordnung (siehe Abb. 2) erfordert verschiedene Korrekturen, die aber letztlich im Sinne der Anwendung physikalischer und mathematischer Kenntnisse äußerst nützlich sind. Insbesondere der verfälschende Einfluss der Erdatmosphäre kann dadurch eliminiert werden, dass ca. 10 Messungen bei deutlich verschiedenen Sonnenhöhen vorgenommen werden.

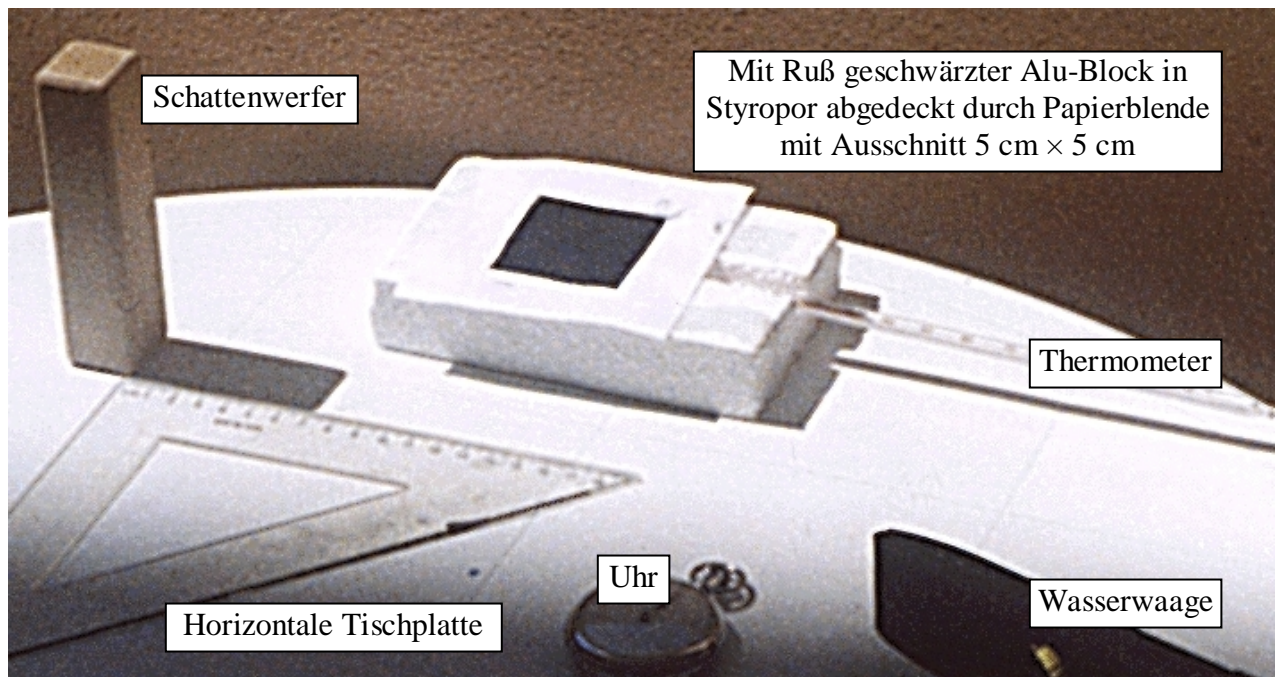


Abbildung 2: Einfacher Versuch zur Bestimmung der Solarkonstante. Eine Grundplatte (Brett oder Tischplatte) wird mit Hilfe einer Wasserwaage horizontal eingerichtet. Auf der Grundplatte liegt waagrecht, eingebettet in Styropor, der Aluminiumblock (5cm×5cm×1cm), dessen Oberfläche mit einer Kerzenflamme durch Ruß geschwärzt wurde ('Schwarzer Körper'). Im Aluminiumblock befindet sich eine Bohrung, in welche das Thermometergefäß ins Zentrum des Blocks eingebracht werden kann. Ein guter Wärmeleitkontakt zwischen Aluminiumblock und Thermometer wird durch Wärmeleitpaste oder auch einfach durch Aluminiumfolie gewährleistet. Die Höhenmessung kann anhand der Schattenlänge eines senkrecht stehenden Schattenwerfers erfolgen. Für die Bestimmung der Bestrahlungs-/Abkühlungsdauer ist eine Uhr nötig. ©: Olaf Fischer.

Wesentliche Schritte der Versuchsdurchführung

1. Vorab-Messungen

Die Masse des Aluminiumblocks m_{Al} ist zu ermitteln. Ebenso muss die Länge des senkrecht stehenden Schattenwerfers bestimmt werden.

2. 10 Messungen

Bei mindestens 10 deutlich verschiedenen Sonnenhöhen h wird jeweils die Schattenlänge l des Schattenwerfers, der Temperaturanstieg $\Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$ innerhalb einer festgelegten Messzeit (z. B. 5 min) und der Temperaturabfall $\Delta\theta_{\text{Abkühlung}}$ durch Wärmestrahlung innerhalb der Messzeit (die Messung beginnt ausgehend von der Endtemperatur des Anstiegs, die Anordnung steht nun im Schatten) gemessen und in die Messwert-/Ergebnistabelle (siehe Tab. 1) eingetragen. Bei der Ermittlung des Temperaturanstiegs für die Erwärmung sollte die erste Minute wegen der **thermischen Trägheit** des Körpers nicht berücksichtigt werden.

3. Bestimmung der eingestrahnten Energie: Erwärmung

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Zunächst wird aus der Temperaturerhöhung $\Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$ sowie aus der Masse m_{Al} und aus der spezifischen Wärmekapazität c_{Al} von Aluminium bei Anwendung der **Grundgleichung der Wärmelehre** die **Wärmemenge** berechnet, die zur angezeigten Temperaturerhöhung führt:

$$Q_{\text{Erwärmung}} = m_{\text{Al}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$$

4. Bestimmung der abgestrahlten Energie: Abkühlung

Das Ergebnis kann an dieser Stelle noch nicht befriedigen, da die Emissionsverluste (**Energietransport durch Strahlung**) während der Messung bei der in der Abb. 2 gezeigten einfachen Versuchsanordnung sehr groß (fühlbar und aus dem nichtlinearen Temperaturanstieg ersichtlich) sind. Zur Bestimmung der Strahlungsverluste wird nach der Erwärmung über den gleichen Zeitraum hinweg, beginnend bei der erreichten Endtemperatur, der Temperaturabfall bei der Abkühlung ermittelt, wobei die Anordnung in den Schatten gestellt wird. Es muss darauf geachtet werden, dass eine Abkühlung durch Wind vernachlässigbar bleibt. Aus der Temperaturabnahme kann in erster Näherung die vom Alu-Körper während der Messung emittierte Wärmemenge $Q_{\text{Abkühlung}}$ berechnet werden:

$$Q_{\text{Abkühlung}} = m_{\text{Al}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta\theta_{\text{Abkühlung}}$$

5. Aufstellung der Energiebilanz

Auf Grundlage der Näherung '**Schwarzer Körper**' kann darauf geschlossen werden, dass die zugeführte Strahlungsenergie (bei der Sonnenhöhe h) völlig in Wärmeenergie des Aluminiumkörpers zuzüglich der Energie der Abstrahlung umgewandelt wurde:

$$Q_h^* = Q_{\text{Erwärmung}} + Q_{\text{Abkühlung}}$$

6. Korrektur wegen unvollständiger Absorption

Im Laufe der abschließenden Korrekturen kann die Modellannahme 'Schwarzer Körper' hinterfragt werden. In Tabellenwerken findet man, dass eine Rußschicht nur 95% der auftreffenden Strahlung absorbiert. Entsprechend muss Q_h mit dem Korrekturfaktor $1/0,95 \approx 1,05$ vermehrt werden:

$$Q_h = Q_h^* \cdot 1,05$$

7. Bestimmung der Stärke des Strahlungsstroms

Die Stärke des Strahlungsstroms S_h erhält man, wenn die zugeführte Strahlungsenergie Q_h auf Messzeit t und Messfläche A bezogen wird:

$$S_h = \frac{Q_h}{A \cdot t}$$

8. Umrechnung für senkrechten Strahlungseinfall

Die für verschiedene Sonnenhöhen ermittelten Strahlungsströme S_h unterscheiden sich deutlich und systematisch voneinander (siehe Beispiel in Tab. 1), was zu einer Diskussion der Verdünnung der von der Empfängerfläche aufgenommenen Strahlungsenergie bei Schrägeinfall u. a. mit Anknüpfung an das Jahreszeitenproblem führt. Die Höhenmessung der Sonne kann mit Hilfe eines Pendelquadranten erfolgen. Man kann aber auch einen Schattenstab verwenden, wobei die Sonnenhöhe aus der Schattenlänge zu ermitteln ist. Dieses Verfahren kann sogar genauere Werte für h ergeben (die Schattenauffangfläche wird zusammen mit dem Aluminiumquader waagrecht ausgerichtet). Zudem ermöglicht die Messeinrichtung mit einem geeigneten Schattenwerfer die indirekte Demonstration der **Bestrahlungsverdünnung bei Schrägeinfall**. Der prismatische Schattenwerfer veranschaulicht das Strahlenbündel. Je schräger das Sonnenlicht einfällt, desto

größer wird die Schattenfläche. Die Flächenvergrößerung in Bezug auf das Quadrat bei senkrechtem Einfall gibt ein Maß für die Verdünnung anschaulich vor. Vom schräg einfallenden Strahlungsstrom S_h kommt man durch Multiplikation mit dem Verdünnungsfaktor $X=1/\sin h$ auf den senkrecht einfallenden Strahlungsstrom S :

$$S = S_h \cdot \frac{1}{\sin(h)}$$

9. Korrektur der Abschwächung der Strahlung in der Erdatmosphäre

Auch S weist mit anwachsender Sonnenhöhe systematisch ansteigende Werte auf (siehe Beispiel in Tab. 1). Der auch bei einiger Messungenauigkeit feststellbare Trend lässt auf eine die Strahlung abschwächende Wirkung (Extinktion) der **Erdatmosphäre** schließen. Unter Zugrundelegung eines **planparallelen Atmosphärenmodells** (Abb. 3) kann der Einfluss der Erdatmosphäre eliminiert und die gesuchte Solarkonstante S_0 (ohne atmosphärischen Einfluss, d. h. für eine Luftmasse $X=0$) ermittelt werden.

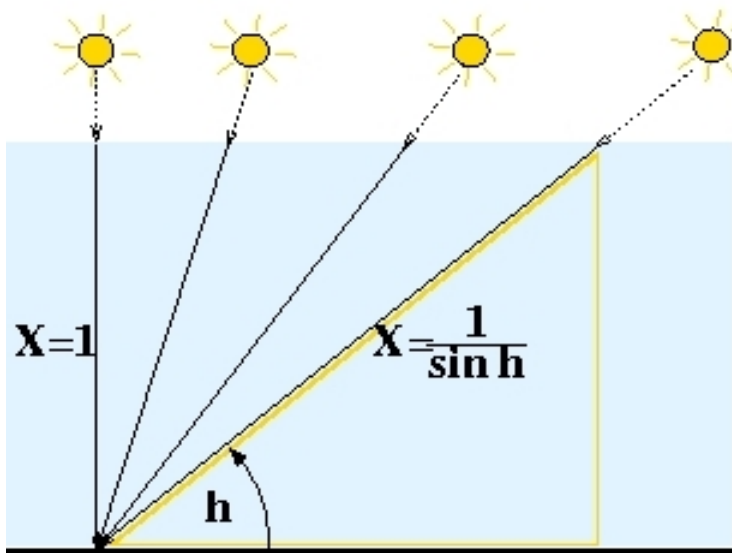


Abbildung 3: Bei verschiedenen Sonnenhöhen h legt die Sonnenstrahlung unterschiedlich lange Wege durch die extingierende (absorbierende und streuende) Atmosphäre zurück. Der Weg wird hier in Vielfachen des Weges in Zenitrichtung, der Luftmasse X angegeben. Für das planparallele Atmosphärenmodell gilt: $X = 1/\sin h$, wobei für $h = 90^\circ$ der Weg $X = 1$ ist. Das planparallele Atmosphärenmodell ist für die betrachteten Sonnenhöhen ausreichend genau, das Kugelschalenmodell ist noch nicht nötig. ©: Olaf Fischer.

Ausgangspunkt ist die Beziehung zwischen den Strahlungsströmen vor (S_0) und nach (S) der Extinktion bezogen auf die Luftmasse X mit dem Extinktionskoeffizienten k : $-2,5 \cdot \log S = k \cdot X - 2,5 \cdot \log S_0$. Nach einer kleinen Umformung (Division durch $-2,5$) erhält man eine mathematische Beziehung zur Bestimmung von S_0 (auch von k) aus S und X , die in ihrer Struktur der allgemeinen Form einer **linearen Funktion** $y = -m \cdot x + n$ gleicht (Strukturvergleich durchführen!):

$$\log S = -k' \cdot X + \log S_0 \quad \Rightarrow \quad S_0$$

In einem Diagramm $\log S = f(X)$ erhält man $\log S_0$ als den Schnittpunkt der Ausgleichsgerade durch die Datenpunkte $(X, \log S)$ mit der Ordinate (siehe Abb. 4). Es ist zu beachten, dass sich die Werte von $\log S$ und $\log S_0$ dabei auf eine festgelegte Dimension einer Maßeinheit beziehen (hier kW/m^2).

Die Frage nach der besten Lage der Ausgleichsgerade führt zwangsläufig zum Verfahren der linearen Regression. Die Begriffe '**Ausgleichsgerade**', '**lineare Regression**' und '**Extrapolation**' werden an dieser Stelle mit Leben erfüllt.

10. Korrektur der selektiven Absorption in der Erdatmosphäre

(→zurück zum Anfang)

Abschließend muss S_0 noch mit einem Faktor korrigiert werden, der die spektrale Durchlässigkeit der Erdatmosphäre im Zusammenhang mit der spektralen Energieverteilung der Sonne berücksichtigt. Der Anteil der wegen der selektiven Absorption in der Erdatmosphäre nicht erfassten Strahlung im Ultravioletten und im Infraroten beläuft sich auf etwa 3,9 % bzw. 4,8 % [4]. Entsprechend muss S_0 durch Anwendung des Faktors von $1/(1-0,039-0,048) \approx 1,095$ vermehrt werden:

$$S_0^* = 1,095 \cdot S_0.$$

11. Fehlerdiskussion

Hier soll lediglich noch auf einen systematischen Fehler hingewiesen werden, der dazu führt, dass der Wert der Solarkonstante S_0^* als zu hoch ermittelt wird. Der Fehler liegt in der Annahme (Näherung), dass die Abkühlung linear erfolgt, d. h. ausgehend von jeder Anfangstemperatur nach einer gewissen Zeit die gleiche Temperaturabnahme registriert werden kann. Die Abkühlung erfolgt aber exponentiell (Newtonsches Abkühlungsgesetz). Eine höhere Anfangstemperatur bedeutet einen größeren Temperaturabfall pro Zeiteinheit. Im Versuch wurde die Abkühlung ausgehend von der höchsten Temperatur (Endtemperatur nach Bestrahlung) untersucht, während die Abkühlung während der Bestrahlung bei geringeren Temperaturen stattfindet. Die durch Abkühlung abgegebene Wärme wird also zu hoch bewertet.

Mess- und Auswertebeispiel

| l [cm] | h [°] | $X=1/\sin h$ | $\Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$ [K] | $\Delta\theta_{\text{Abstrahlung}}$ [K] | Q_h [kWs] | S_h [kW/m²] | S [kW/m²] | $\log S^*$ |
|-------------|------------|--------------|--|--|----------------|------------------|----------------|------------|
| 6,6 | 61,0 | 1,143 | 8,0 | 2,0 | 0,6111 | 0,8148 | 0,931 | -0,0310 |
| 7,6 | 57,4 | 1,187 | 7,3 | 2,2 | 0,5805 | 0,7740 | 0,919 | -0,0367 |
| 8,4 | 54,8 | 1,224 | 6,4 | 2,6 | 0,5500 | 0,7333 | 0,898 | -0,0467 |
| 9,4 | 51,7 | 1,274 | 6,1 | 2,5 | 0,5255 | 0,7007 | 0,893 | -0,0491 |
| 10,8 | 47,8 | 1,350 | 5,5 | 2,4 | 0,4827 | 0,6436 | 0,869 | -0,0610 |
| 12,3 | 44,0 | 1,440 | 5,3 | 2,2 | 0,4583 | 0,6111 | 0,880 | -0,0555 |
| 13,9 | 40,6 | 1,537 | 4,8 | 1,8 | 0,4033 | 0,5377 | 0,826 | -0,0830 |
| 16,9 | 35,1 | 1,739 | 3,7 | 1,7 | 0,3300 | 0,4400 | 0,765 | -0,1163 |
| 19,9 | 30,9 | 1,947 | 2,9 | 1,7 | 0,2811 | 0,3748 | 0,730 | -0,1367 |
| 24,4 | 26,0 | 2,281 | 2,3 | 1,5 | 0,2322 | 0,3096 | 0,706 | -0,1512 |
| 28,0 | 23,0 | 2,559 | 1,8 | 1,2 | 0,1833 | 0,2444 | 0,625 | -0,2041 |
| 33,2 | 19,7 | 2,966 | 1,1 | 1,2 | 0,1405 | 0,1873 | 0,556 | -0,2549 |
| 37,8 | 17,5 | 3,326 | 0,7 | 1,3 | 0,1222 | 0,1629 | 0,542 | -0,2660 |

Tabelle 1: Beispiel: Messwerte und Zwischenergebnisse zur Bestimmung der Solarkonstante. l ...Schattenlänge, h ...Sonnenhöhe ($h=\arctan(11,9 \text{ cm}/l)$, Schattenstablänge=11,9 cm), $\Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$ Temperaturanstieg innerhalb von 5 min bei Sonnenbestrahlung, $\Delta\theta_{\text{Abkühlung}}$...Temperaturabfall durch Wärmestrahlung innerhalb von 5 min (die Messung beginnt ausgehend von der Endtemperatur, die Anordnung steht nun im Schatten), $Q_{\text{Abkühlung}}=m_{\text{Al}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta\theta_{\text{Abkühlung}}$...Wärmemenge, die in der Erwärmungszeit von dem Körper selbst abgestrahlt wurde, $Q_{\text{Erwärmung}}=m_{\text{Al}} \cdot c_{\text{Al}} \cdot \Delta\theta_{\text{Erwärmung}}$...Wärmemenge, die zur Temperaturerhöhung des Alu-Blocks bei der Sonnenhöhe h führt, $S_h=Q_h/(A \cdot t)$Strahlungsstrom, der bei Höhe h auf waagerechte Fläche auftrifft mit $Q_h=Q_{\text{Erwärmung}}+Q_{\text{Abkühlung}}$, $S=S_h \cdot 1/\sin h$...Strahlungsstrom, der senkrecht auf waagerechte Fläche auftrifft. Für die weitere Auswertung (lineare Regression, Abb. 4) werden die Datenpaare ($X, \log S$) benötigt, wobei zu beachten ist (*), dass die Werte von $\log S$ nur für eine festgelegt dimensionierte Maßeinheit von S (hier kW/m²) gelten. Die in der Tabelle aufgeführten Werte stammen von Messungen, die mit der in Abb. 2 gezeigten Anordnung durchgeführt wurden. In die Rechnung gehen ein: Die spezifische Wärmekapazität von Aluminium $c_{\text{Al}}=0,896 \text{ kJ}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, die Masse des Aluminiumkörpers $m_{\text{Al}}=0,0682 \text{ kg}$ und die Empfängerfläche $A=0,0025 \text{ m}^2$. Bei der Ermittlung des Temperaturanstiegs für die Erwärmung wurde die erste Minute wegen der **thermischen Trägheit** des Körpers nicht berücksichtigt.

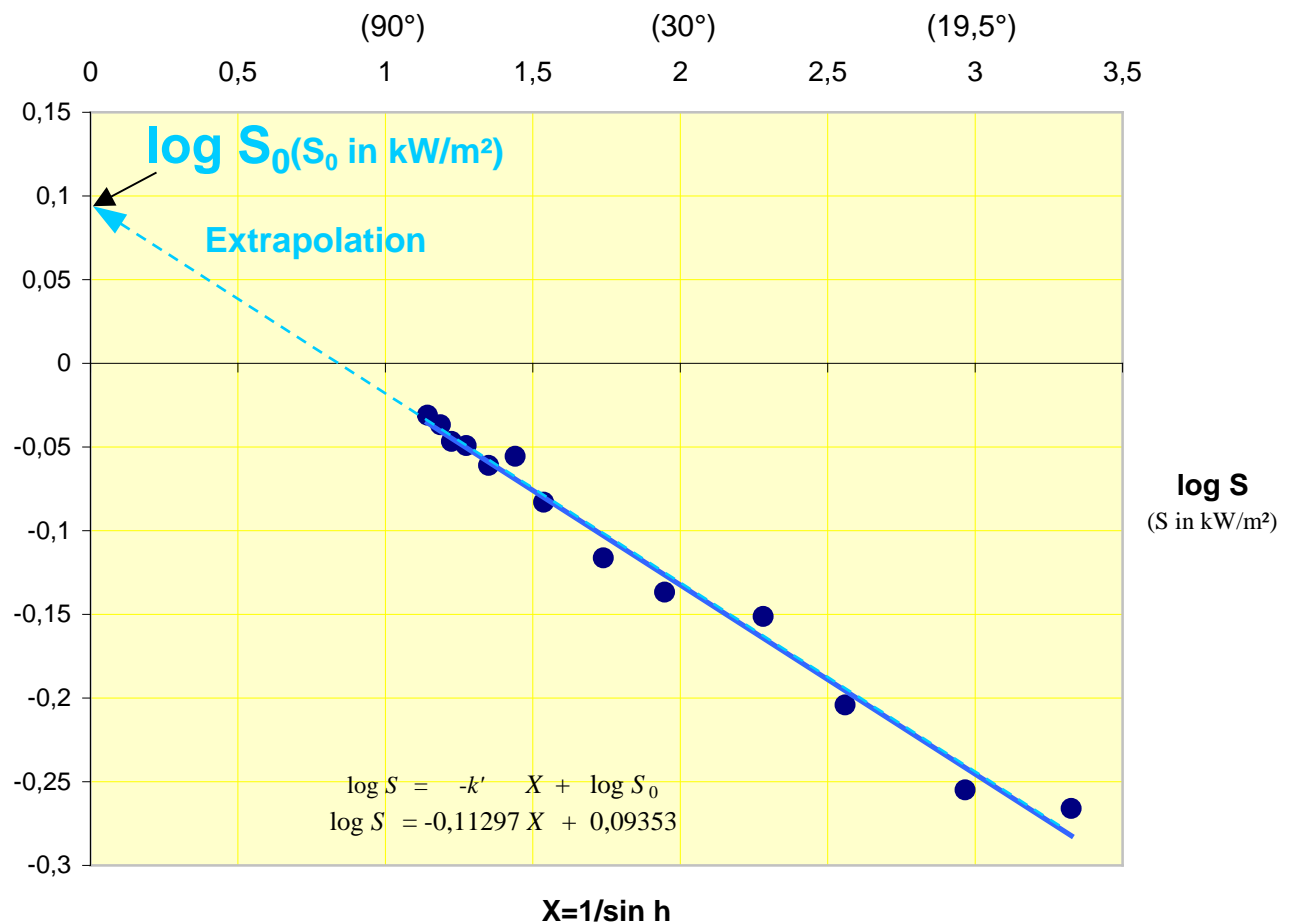


Abbildung 4: Darstellung der Werte aus Tabelle 1 im $\log S$ - X -Diagramm zur Bestimmung von $\log S_0$ (S_0 in kW/m²). Die Ausgleichsgerade nach linearer Regression (Programm MS **Excel**, der lineare Zusammenhang wurde zuvor zugewiesen) lautet: $\log S = -0,11297 \cdot X + 0,09353$ (S in kW/m²). Daraus erhält man für $S_0 = 1,24 \text{ kW/m}^2$. Nach Anwendung eines Korrekturfaktors von $\approx 1,15$, der sowohl die spektrale Undurchlässigkeit der Erdatmosphäre als auch die Reflexionsverluste an der Rußschicht berücksichtigt, ergibt sich ein Wert von $S_0 \approx 1,43 \text{ kW/m}^2$ (Tabellenwert $S_0 = (1,366 \pm 0,003) \text{ kW/m}^2$, [7]). ©: Olaf Fischer.

Quellen

- [1] Beckmann, D., Epperlein, B.: *Astronomie Grundkurs*, Manz Verlag, München, 1995
- [2] Gondolatsch, F., Steinacker, S., Zimmermann, O.: *Astronomie Grundkurs*, Ernst Klett Schulbuchverlag, 1994, S. 92
- [3] Lerner, R.: *Grundkurs Astronomie*, Bayrischer Schulbuch-Verlag, München, 1990; S. 110/111
- [4] Reimann, H.-G., Fischer, O., Friedemann, Ch., Schielicke, R.: *Kompandium für das astronomische Praktikum*, Veröffentlichung der Astrophysikalischen Instituts und der Universitätssternwarte der Friedrich-Schiller-Universität Jena, 2000, S. 45-49
- [5] Schatz, D.: *The Project Astro Philosophy*, in: Fraknoi, A., Schatz, D. (Editors): *More Universe At Your Fingertips. An Astronomy Activity Resource Book*, Project Astro at the Astronomical Society of the Pacific, 2000, S. 15-19
- [6] Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München: *Handreichungen für den Physikunterricht im Gymnasium. Kollegstufe Grundkurs Astronomie*, Verlag Ludwig Auer, Donauwörth, 1988, S. 73-75
- [7] Unsöld, A., Baschek, B.: *Der neue Kosmos. Einführung in die Astronomie und Astrophysik*, Springer-Verlag, Berlin u. a., 1999, S. 172