

Das Wesentliche ist für die Augen unsichtbar!

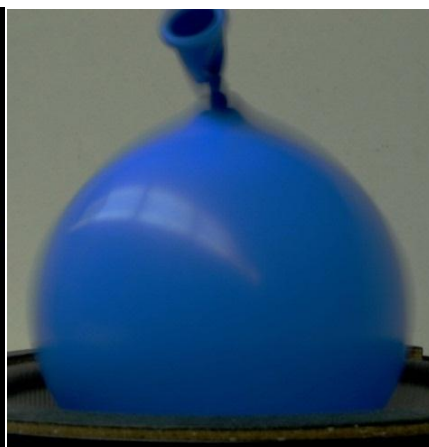
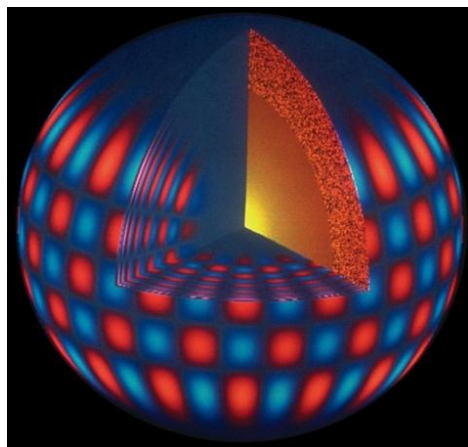
Bezug auf den SuW-Beitrag „Das Innenleben der Roten Riesen“ / Blick in die Forschung (SuW 8/2011)

Wolfgang Wieser

Im vorliegenden Material werden Experimente für Schüler der Sekundarstufe I vorgestellt, die zeigen, wie man aus der Analyse angeregter Schwingungen eines Körpers auf dessen Zusammensetzung schließen kann. Hiermit werden vor allem Kompetenzen im Bereich der Erkenntnisgewinnung, des strukturierten Arbeitens und der Teamarbeit entwickelt. Darüber hinaus werden Grundtechniken wissenschaftlichen Arbeitens/Experimentierens vermittelt und die Grenzen der Aussagekraft von Experimenten (Wertungskompetenz) aufgezeigt.

Eine Möglichkeit das Innere von Objekten zu untersuchen ohne in diese selbst eindringen zu müssen, liegt darin zu analysieren, wie diese Objekte auf eine Störung (hier: erzwungene Schwingungen) reagieren. Auf der Erde nutzt man die Technik der Seismologie um mehr über den Aufbau der Erde zu erfahren oder um Lagerstätten von Bodenschätzen zu finden. Dazu werden künstlich erzeugte Dichtewellen in den Untergrund geschickt und deren Ausbreitung vermessen. Bei Erdbeben kann die Ausbreitung einer natürlich erzeugten Welle durch den gesamten Erdball verfolgt werden. Diese Technik wird in Form der Helioseismologie auf die Sonne, in Form der Asteroseismologie auf andere Sterne übertragen. Hierbei werden die im Stern erzeugten Dichtewellen mit Hilfe des Dopplereffekts oder von Helligkeitsschwankungen an der Sternoberfläche beobachtet. Anhand der Frequenzen der auftretenden Wellen lassen sich dann Aussagen über den Sternaufbau machen.

Einem Team von Wissenschaftlern um Timothy Bedding gelang nun mit Hilfe von Beobachtungsdaten des Weltraumobservatoriums Kepler, eine Klassifizierung von über Hundert Roten Riesen nach der Region ihrer Energieerzeugung – entweder im Kern oder in einer Schale um den Kern herum. Hierfür nutzten sie die oben schon erwähnten periodischen Helligkeitsschwankungen der Roten Riesen, die Kepler über Monate hinweg registriert hat. Durch die Untersuchung der unterschiedlichen Periodendauern konnten sie Rückschlüsse auf den Aufbau der Sterne ziehen und damit verschiedene Entwicklungsstadien unterscheiden, also förmlich in das Innere der Roten Riesen sehen.



Links: Die Computersimulation der Schwingung eines Sterns (Quelle: GONG/NSO/AURA/NSF). Bereiche, die sich nach außen bewegen sind blau markiert, die sich nach innen bewegen rot.

Rechts ein entsprechendes Handexperiment: Ein wassergefüllter Luftballon zeigt auf einer Lautsprechermembran angeregt Schwingungsbäuche und -knoten.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Physik	Schwingungen und Wellen Material/Festkörperphysik	Schwingungsdauer, Elastizitätsmodul
Astronomie	Asteroseismologie Sternentwicklung	Pulsationen, Schwingungsmoden, Rote Riesen
Lehre allgemein	Kompetenzen (Fachwissen, Erkenntnisgewinnung und Wertung)	Aufbau und Auswertung von Experimenten, Grundlagen von Schwingungen und Wellen

Das Wesentliche ist für die Augen unsichtbar!

Astronomische Ausgangslage:

Die Sonne fusioniert in einer vergleichsweise kleinen Zone in ihrem Kern jede Sekunde ca. eine halbe Milliarde Tonnen Wasserstoff zu Helium. Dies geschieht seit etwa 4,5 Mrd. Jahren und wird voraussichtlich auch noch die nächsten 6 Mrd. Jahre so weiter gehen. In dieser Zeit sammelt sich das produzierte Helium im Sonnenzentrum an und verunreinigt so den Brennstoff Wasserstoff bzw. verdrängt ihn in weiter außen liegende Bereiche. Während die Fusion im Kern auf Grund der zu großen He-Konzentration langsam absterbt, geht sie in der wasserstoffreichen Hülle weiter. Die Sonne hat sich in dieser Zeit zu einem Roten Riesen entwickelt. Durch Konvektion wird die Energie aus dem Sterninneren an die Oberfläche transportiert und in den Weltraum ausgestrahlt. Hierbei bläht sie sich mit charakteristischer Regelmäßigkeit auf, was zu periodischen Helligkeitsschwankungen führt.

Die Sonne ist ein gewöhnlicher Stern, d.h. auch bei anderen Sternen findet diese Entwicklung zu Roten Riesen statt, deren Helligkeitsschwankungen beobachtet werden können. Obwohl diese Klasse von Sternen von außen betrachtet identisch erscheinen, können in ihrem Inneren zwei unterschiedliche Szenarien ablaufen. Die Theorie der Sternentwicklung geht davon aus, dass Sterne mit mehr als doppelter Sonnenmasse im Kern eine allmähliche und stabile Fusion von Helium zu Kohlenstoff und Sauerstoff zünden. Leichtere Sterne hingegen erfahren im Kern eine quantenmechanische Besonderheit (Entartung der Elektronen), so dass die Fusion von He in schwerere Elemente plötzlich und explosionsartig geschieht. Man spricht in diesem Fall von einem Helium-Blitz.

Einem Team von Wissenschaftlern um Timothy Bedding gelang es nun mit Hilfe von Beobachtungsdaten des Weltraumobservatoriums Kepler, über Hundert Rote Riesen danach zu sortieren, ob in ihrem Kern das He-brennen bereits begonnen hat oder die Energieerzeugung immer noch durch eine H-brennende Schale erfolgt. Hierfür nutzten sie die oben schon erwähnten periodischen Helligkeitsschwankungen der Roten Riesen, die von Kepler über Monate hinweg registriert wurden. Mit Techniken der Asteroseismologie insbesondere der Untersuchung der unterschiedlichen Schwingungsfrequenzen konnten sie Rückschlüsse auf den Aufbau der Sterne ziehen und damit verschiedene Entwicklungsstadien unterscheiden.

Eigene Messungen von Oszillationen auf der Sonne oder auf anderen Sternoberflächen sind im Rahmen der Schulastronomie nicht möglich. In diesem Beitrag wird deswegen das schwingende Objekt auf Luftballongröße verkleinert bzw. im Fall der schwingenden Scheibe (Chaldnische Klangfiguren) die Dimension von drei auf zwei reduziert. Damit die Schülern erkennen, dass man aus der Reaktion eines Körpers auf angeregte Schwingungen etwas über seine Zusammensetzung sagen kann, wird ein Ausflug in die Material-/Festkörperphysik unternommen. Hierfür werden Blattfedern aus unterschiedlichen Materialien in Schwingung versetzt, die Schwingungsdauer bestimmt und mit Hilfe einer Materialtabelle das entsprechende Material identifiziert.

Experimentierteil:

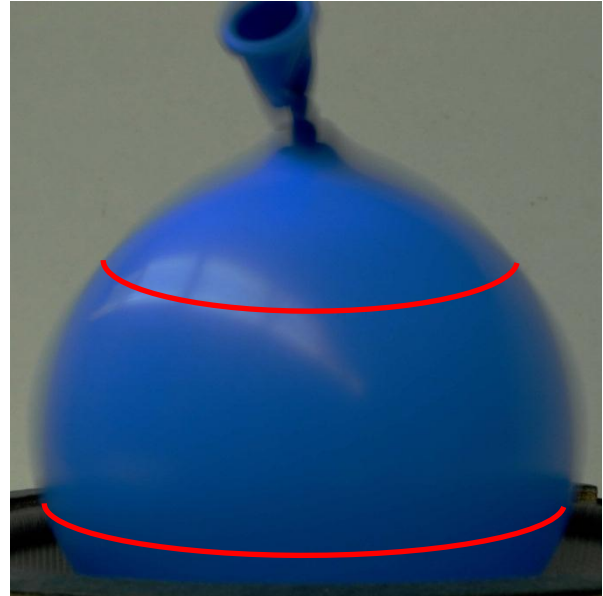
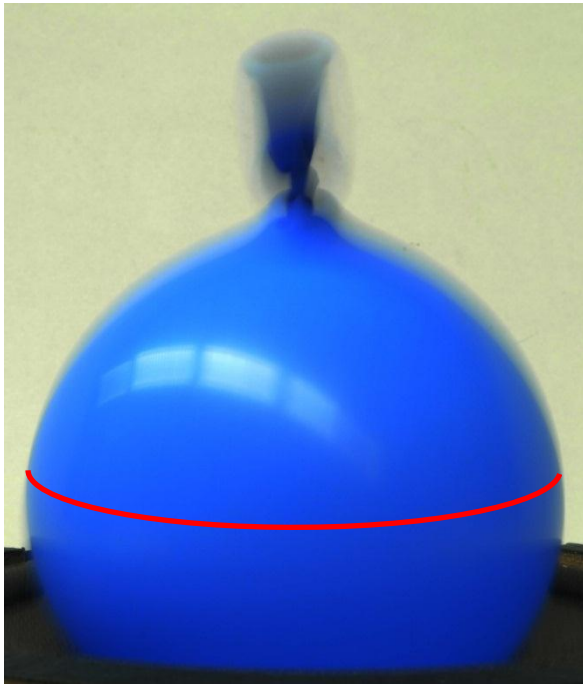
Handexperiment:

Mit folgendem einfachen Handexperiment können Schüler erproben, wie elastische Körper auf periodische äußere Kräfte reagieren. Dazu werden Luftballons mit Wasser gefüllt und fest verschlossen. Diese werden auf die Membran eines Lautsprechers gelegt, welcher mit einem Frequenzgenerator verbunden ist.

Beim Durchfahren des Frequenzbereichs wird deutlich, dass der Wasserballon bei bestimmten Frequenzen (Eigenfrequenzen) extreme Amplituden zeigt. Bei genauem Betrachten kann man auf dem Ballon Schwingungsbäuche und -knoten erkennen. Mit Hilfe dieses Handexperiments erhalten die



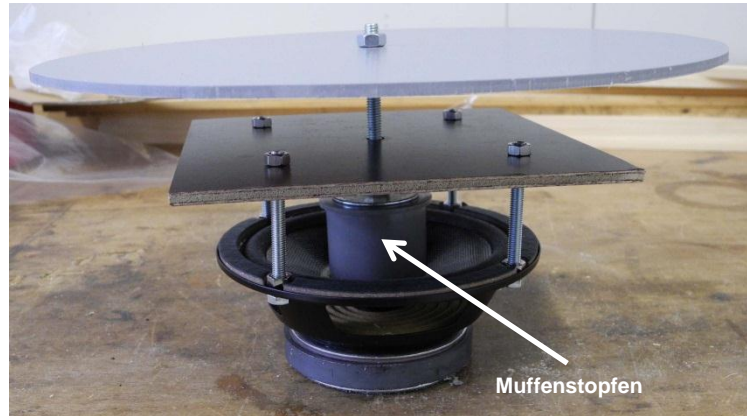
Schüler einen groben Überblick, was mit einem elastischen Körper passiert. Um Schwingungsbäuche und -knoten auszumessen und quantitative Aussagen zu machen ist dieses Experiment allerdings zu ungenau da der Ballon nur schwer fixiert werden kann.



Fotos des angeregten Wasserballons bei unterschiedlichen Anregungsfrequenzen. Eingezeichnet sind die Schwingungsknotenlinien.

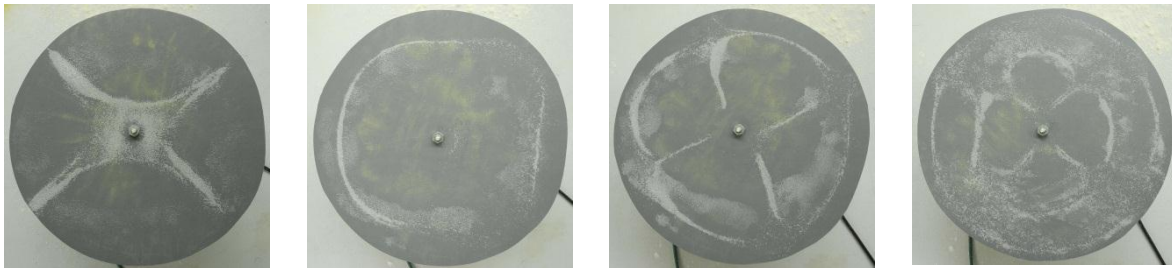
Bastelexperiment:

Um Schwingungsbäuche und -knoten gut sichtbar zu machen ist es sinnvoll, auf eine Dimension zu verzichten und die Schwingungsfiguren auf einer Scheibe zu erzeugen. Die periodische Kraft wird wieder von einem Lautsprecher erzeugt, der direkt (mechanisch) an die Scheibe gekoppelt ist. Um dies zu erreichen ist etwas Bastelgeschick erforderlich. Der Aufbau ist allerdings nicht so kompliziert, als dass er nicht von Schülern durchgeführt werden könnte. In diesem Fall ist es sinnvoll die notwendigen Bohrungen vorab durchzuführen. (Eine ausführliche Bastelanleitung für Schüler findet sich am Ende des Artikels.)



In einem HT-Rohr-Muffenstopfen wird eine Gewindeschraube befestigt. An deren Ende wird später die schwingende Scheibe montiert. Der Muffenstopfen wird auf die Lautsprechermembran geklebt, so dass sich die Gewindeschraube und damit die Scheibe mit der Membran auf- und abbewegt. Um der Schraube eine Führung zu geben wird über dem Lautsprecher eine Holzplatte befestigt, in deren Mitte ein Loch für die Führung gebohrt ist.

Schließt man den Lautsprecher an einen Frequenzgenerator an und streut Zucker auf die Scheibe lassen sich bei verschiedenen Frequenzen die Chaldnischen Klangfiguren erzeugen, da der Zucker in den Schwingungsknoten liegenbleibt:



Quantitatives Experiment:

Mit den bisherigen Experimenten konnten keine Rückschlüsse auf das Material des schwingenden Körpers gezogen werden. Mit dem folgenden Experiment und der Hilfe aus der Material-/Festkörperphysik kann aus der Reaktion eines Körpers auf eine angeregte Schwingung auf die Zusammensetzung des Körpers geschlossen werden.

Dabei wird eine vertikal eingespannte Blattfeder unbekanntes Materials zum Schwingen angeregt und die Schwingungsdauer mit Hilfe einer Lichtschranke gemessen. Der Messprozess kann gerade bei kleinen Schwingungsdauern problematisch sein. Deswegen sollte die frei schwingende Länge nicht zu klein gewählt werden.

Die Theorie zur Beschreibung der Schwingung der Blattfeder ist zu kompliziert um sie den Schüler plausibel zu machen. Die Differenzialgleichung zur Berechnung der horizontalen Auslenkung $w(x, t)$ an einer Stelle x eines solchen Euler-Bernoulli-Balkens in Abhängigkeit von der Zeit t lautet:

$$\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = - \frac{E \cdot I}{\rho \cdot b \cdot d} \cdot \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4}$$

mit

- E: Elastizitätsmodul
- I: Flächenträgheitsmoment (hier: $I = \frac{db^3}{12}$)
- ρ : Dichte des Materials
- b: Breite der Blattfeder
- d: Dicke der Blattfeder

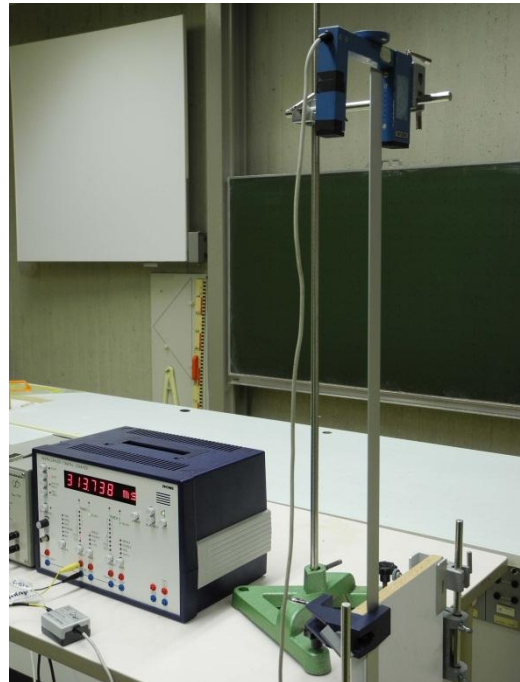
In dieser spielt der Elastizitätsmodul E eine entscheidende Rolle und ist eine Materialkonstante. Er ist umso größer, je mehr Widerstand ein Material seiner Verformung entgegensetzt. Außerdem ist er die Proportionalitätskonstante im Hookschen Gesetz.

Aus der Schwingungsdauer T und der zu ermittelnden Dichte kann der Elastizitätsmodul der Blattfeder mit frei schwingender Länge L berechnet und mit tabellierten Werten verglichen werden:

$$E = \frac{48 \cdot L^4 \cdot \rho \cdot \pi^2}{(1,875)^4 \cdot d^2 \cdot T^2}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit der Federhärte eines Federpendels ($D = \frac{4 \cdot m \cdot \pi^2}{T^2}$) sind Ähnlichkeiten auffällig, die im Unterricht angesprochen werden können.

Interessanterweise stellte sich bei diesem Experiment heraus, dass der Aluminium-Kantstab aus dem Baumarkt nicht aus reinem Aluminium besteht, sondern eine Legierung sein muss, da weder der Elastizitätsmodul noch die Dichte mit den Werten von reinem Aluminium übereinstimmen.



Experimentieranleitung:

Bestimmung des Materials eines schwingenden Körpers mit Hilfe der Messung seiner Schwingungsdauer

Benötigte Gegenstände:

- Kantstäbe (Blattfedern) aus verschiedenen Materialien (Aluminium, Kupfer, Stahl, verschiedene Hölzer) mit geringer Dicke
- Mehrere Stativstangen und Klemmen
- Lichtschranke
- Digitalzähler
- Kabel
- Lineal
- Mikrometerschraube
- Waage

Ablauf des Versuchs:

Bei diesem Versuch soll aus der Messung von Periodendauern schwingender Blattfedern auf das jeweilige schwingende Material geschlossen werden.

Aufbau des Versuchs:

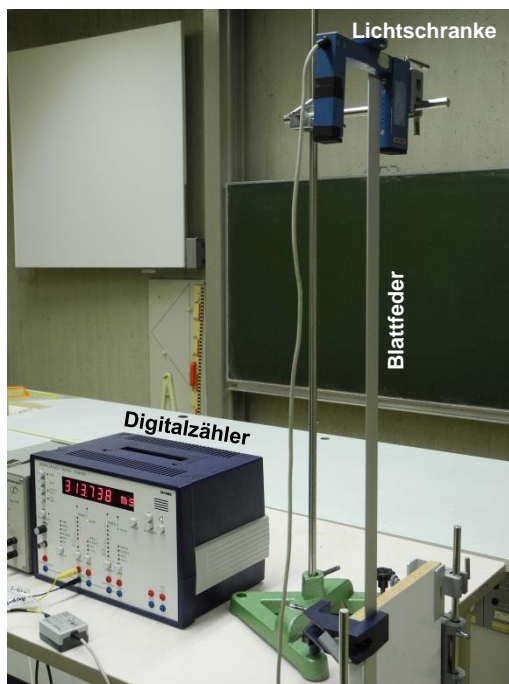
Die Blattfeder wird vertikal aufgestellt und mit Hilfe von Klemmen sicher und fest verankert. Die Länge des frei schwingenden Stücks wird mit dem Lineal vermessen. Wenn man den Stab nun per Hand auslenkt, schwingt dieser mit einer bestimmten Frequenz bzw. Schwingungsdauer. Diese wird mittels einer Lichtschranke gemessen, die wiederum an einen Digitalzähler für die Anzeige angeschlossen ist. Die Messapparatur wird so angebracht, dass die Blattfeder beim Schwingen die Lichtschranke periodisch verdunkelt.

Messung:

Vor der eigentlichen Messung muss die Dichte des Materials bestimmt werden. Da die Kantstäbe Quader sind, ist eine Messung der Kantenlängen erforderlich. Dafür eignen sich Lineal und Mikrometerschraube. Die Masse der Blattfeder wird mittels einer Waage bestimmt. Aus dem Quotient aus Masse und Volumen ergibt sich die Dichte des Materials.

Danach werden die Blattfedern einzeln eingespannt und ihre frei schwingende Länge mit dem Lineal ermittelt. Die Lichtschranke wird in eine geeignete Position gebracht und die Blattfeder von Hand leicht in Schwingung gebracht. Der Digitalzähler wird für die Messung bereitgemacht und gestartet. Die Zeit für eine Schwingung wird notiert.

Es werden von jedem Material die Schwingungsdauern bei unterschiedlichen frei schwingenden Längen ermittelt. Dabei werden von jedem Material drei verschiedenen Längen gewählt (mindestens 30cm).



Tabellen:

Material 1:

Dicke d: 0,0020 m

Dichte ρ : $2,6 \cdot 10^3$ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]
0,60	0,241
0,50	0,166
0,40	0,106

Material 2:

Dicke d: 0,0052 m

Dichte ρ : $7,7 \cdot 10^2$ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]
0,60	0,102
0,50	0,071
0,40	0,045

Material 3:

Dicke d: 0,0052 cm

Dichte ρ : $4,6 \cdot 10^2$ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]
0,60	0,087
0,50	0,061
0,40	0,038

Auswertung:

Ähnlich wie man aus der Schwingungsdauer eines Federpendels auf die Federhärte und damit im Prinzip auch auf das verwendete Material schließen kann ist dies bei dieser Schwingung möglich. Mit der Schwingungsdauer und der Dichte lässt sich der Elastizitätsmodul E des schwingenden Körpers berechnen. Er ist umso größer, je mehr Widerstand ein Material seiner Verformung entgegensetzt. Der Elastizitätsmodul ist eine charakteristische Größe für das Material, der für dessen Identifizierung herangezogen werden kann. Die Größe E berechnet sich nach untenstehender Formel und wird mit tabellierten Werten verschiedener Materialien verglichen. Leider ist die Theorie zur Herleitung der Formel zu kompliziert für den Schulunterricht.

$$E = \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot L^4 \cdot \rho}{(1,875)^4 \cdot d^2 \cdot T^2}$$

- mit: E: Elastizitätsmodul
L: frei schwingende Länge der Blattfeder
d: Dicke der Blattfeder
 ρ : Dichte des Materials der Blattfeder
T: Schwingungsdauer einer Periode

Ergebnisse:

Material 1: E in N/m²= 56 · 10⁹; 57 · 10⁹; 57 · 10⁹

Material 2: E in N/m²= 14 · 10⁹; 14 · 10⁹; 14 · 10⁹

Material 3: E in N/m²= 11 · 10⁹; 11 · 10⁹; 12 · 10⁹

Material 1 ist Aluminium (?)

Material 2 ist Buchenholz

Material 3 ist Kiefernholz

Vergleiche mit den möglichen Materialien:

Aluminium: $E = 70 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$; $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Kupfer: $E = 115 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$; $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Stahl: $E = 210 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$; $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Kiefernholz: $E = 11 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$; $\rho = 0,46 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Buchenholz: $E = 14 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$; $\rho = 0,77 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

Bastelanleitung zur Erzeugung von Chaldnischen Klangfiguren:

Benötigt werden:

- Lautsprecherchassis
- Holzbrett mit fünf Bohrungen
- HT-Rohr-Muffenstopfen mit Bohrung
- 4 Gewindestangen (5cm)
- 1 Gewindestange (7cm)
- 12 Muttern
- 2 Unterlegscheiben
- Klebstoff



1. Befestige im Loch des HT-Rohr-Muffenstopfens die 7cm lange Gewindeschraube mit einer Mutter. Benutze dabei zwei Unterlegscheiben und fixiere die Mutter mit Klebstoff damit sie sich während der Vibrationen nicht löst.



2. Das Lautsprecherchassis hat am Rand vier Bohrungen, in die jeweils eine 5cm lange Gewindeschraube angebracht wird. Diese dienen dazu, die Holzplatte in einem bestimmten Abstand von der Lautsprechermembran zu halten. In diesem Abstand ist jeweils eine Mutter an der Gewindeschraube anzubringen



3. Bestreiche die Unterseite des Muffenstopfens und die entsprechenden Bereiche der Membran mit Klebstoff. Stelle den Muffenstopfen auf die Membran und schiebe die Holzplatte auf die Gewindeschrauben. Fixiere die Holzplatte an den vier äußeren Schrauben mittels einer Mutter.



4. Montiere die Scheibe mit Hilfe zweier Muttern auf der langen Gewindeschraube.

5. Bringe die Scheibe mit einem Frequenzgenerator zum Schwingen und mache die Klangfiguren sichtbar indem du Zucker auf die Scheibe streust.

Experimentieranleitung:

Bestimmung des Materials eines schwingenden Körpers mit Hilfe der Messung seiner Schwingungsdauer

Benötigte Gegenstände:

- Kantstäbe (Blattfedern) aus verschiedenen Materialien (Aluminium, Kupfer, Stahl, verschiedene Hölzer) mit geringer Dicke
- Mehrere Stativstangen und Klemmen
- Lichtschranke
- Digitalzähler
- Kabel
- Lineal
- Mikrometerschraube
- Waage

Ablauf des Versuchs:

Bei diesem Versuch soll aus der Messung von Periodendauern schwingender Blattfedern auf das jeweilige schwingende Material geschlossen werden.

Aufbau des Versuchs:

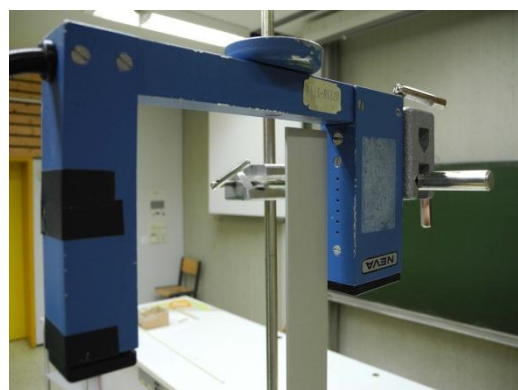
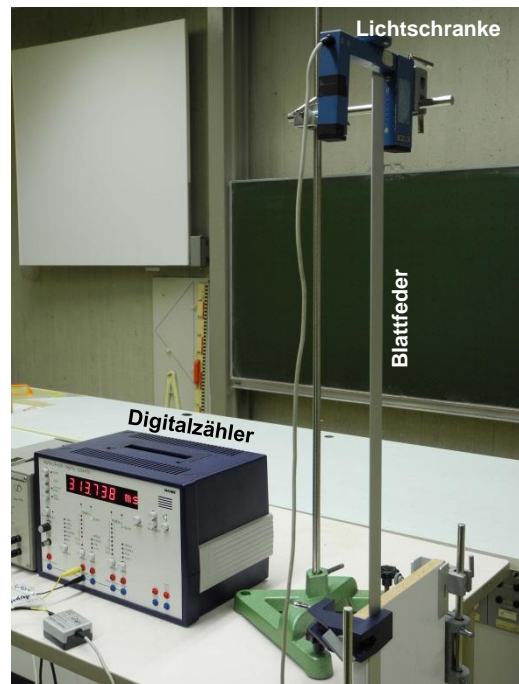
Die Blattfeder wird vertikal aufgestellt und mit Hilfe von Klemmen sicher und fest verankert. Die Länge des frei schwingenden Stücks wird mit dem Lineal vermessen. Wenn man den Stab nun per Hand auslenkt, schwingt dieser mit einer bestimmten Frequenz bzw. Schwingungsdauer. Diese wird mittels einer Lichtschranke gemessen, die wiederum an einen Digitalzähler für die Anzeige angeschlossen ist. Die Messapparatur wird so angebracht, dass die Blattfeder beim Schwingen die Lichtschranke periodisch verdunkelt.

Messung:

Vor der eigentlichen Messung muss die Dichte des Materials bestimmt werden. Da die Kantstäbe Quader sind, ist eine Messung der Kantenlängen erforderlich. Dafür eignen sich Lineal und Mikrometerschraube. Die Masse der Blattfeder wird mittels einer Waage bestimmt. Aus dem Quotient aus Masse und Volumen ergibt sich die Dichte des Materials.

Danach werden die Blattfedern einzeln eingespannt und ihre frei schwingende Länge mit dem Lineal ermittelt. Die Lichtschranke wird in eine geeignete Position gebracht und die Blattfeder von Hand leicht in Schwingung gebracht. Der Digitalzähler wird für die Messung bereitgemacht und gestartet. Die Zeit für eine Schwingung wird notiert.

Es werden von jedem Material die Schwingungsdauern bei unterschiedlichen frei schwingenden Längen ermittelt. Dabei werden von jedem Material drei verschiedenen Längen gewählt (mindestens 30cm).



Tabellen:

Material 1:

Dicke d: _____ m

Dichte ρ : _____ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]

Material 2:

Dicke d: _____ m

Dichte ρ : _____ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]

Material 3:

Dicke d: _____ cm

Dichte ρ : _____ kg/m³

Frei schwingende Länge L [m]	Schwingungsdauer T [s]

Auswertung:

Ähnlich wie man aus der Schwingungsdauer eines Federpendels auf die Federhärte und damit im Prinzip auch auf das verwendete Material schließen kann ist dies bei dieser Schwingung möglich. Mit der Schwingungsdauer und der Dichte lässt sich der Elastizitätsmodul E des schwingenden Körpers berechnen. Er ist umso größer, je mehr Widerstand ein Material seiner Verformung entgegensetzt. Der Elastizitätsmodul ist eine charakteristische Größe für das Material, der für dessen Identifizierung herangezogen werden kann. Die Größe E berechnet sich nach untenstehender Formel und wird mit tabellierten Werten verschiedener Materialien verglichen. Leider ist die Theorie zur Herleitung der Formel zu kompliziert für den Schulunterricht.

$$E = \frac{48 \cdot \pi^2 \cdot L^4 \cdot \rho}{(1,875)^4 \cdot d^2 \cdot T^2}$$

- mit:
- E: Elastizitätsmodul
 - L: frei schwingende Länge der Blattfeder
 - d: Dicke der Blattfeder
 - ρ : Dichte des Materials der Blattfeder
 - T: Schwingungsdauer einer Periode

Ergebnisse:

Material 1: E in $\text{N/m}^2 =$ _____

Material 2: E in $\text{N/m}^2 =$ _____

Material 3: E in $\text{N/m}^2 =$ _____

Material 1 ist _____

Material 2 ist _____

Material 3 ist _____

Vergleiche mit den möglichen Materialien:

Aluminium: $E = 70 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Kupfer: $E = 115 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Stahl: $E = 210 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $\rho = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Kiefernholz: $E = 11 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $\rho = 0,46 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Buchenholz: $E = 14 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$; $\rho = 0,77 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$