

Hochsprung auf dem Mond

„Wenn die Schwerebeschleunigung auf dem Mond ein Sechstel der Erdbeschleunigung misst, beträgt das Gewicht des Astronauten nur ein Sechstel seines Gewichts auf der Erde. Daher müsste er auch viel höher als auf der Erde springen können. Die Videoaufzeichnungen der Mondlandungen zeigen aber Sprünge von einer Höhe, die auch in einem Filmstudio auf der Erde hätte erreicht werden können.“

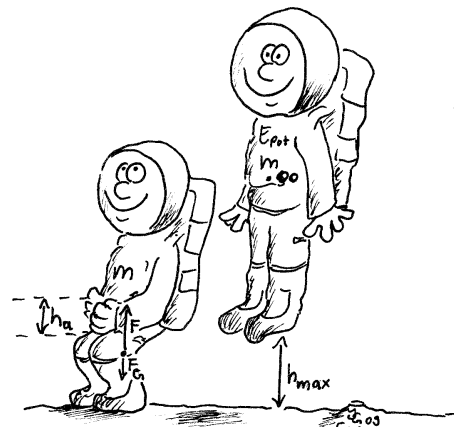
Exkurs: Masse und Gewicht sind zwei verschiedene Dinge. Die Masse ist immer konstant, das Gewicht ist abhängig von der Schwerebeschleunigung, mit der ein Körper von einem anderen – hier von einem Himmelskörper, auf dessen Oberfläche der Körper sich befindet – angezogen wird. So beträgt die Gewichtskraft einer Masse von zwei Kilogramm auf der Erde (Schwerebeschleunigung $9,81 \text{ m/s}^2$) $19,62 \text{ N}$ und auf dem Mond (Schwerebeschleunigung $1,62 \text{ m/s}^2$) $3,24 \text{ N}$. Die Anziehungskraft, die einen Körper auf der Mondoberfläche hält, ist somit deutlich geringer.

Allerdings wirken noch andere Faktoren als die Schwerebeschleunigung auf die Sprunghöhe.

Versuche folgende Herleitung nachzuvollziehen. Erkläre die Vorgehensweise anschließend mit eigenem Worten einem Mitschüler!

Damit ein Abheben vom Boden möglich ist, muss der Körper beschleunigt werden. Dies wird durch Beugen der Knie und anschließendes schnelles Strecken realisiert. Die Beschleunigung, die dabei auftritt, soll hier vereinfacht als konstant während des gesamten Streckvorgangs angenommen werden. Sie wirkt genau die Strecke, die der „Hocktiefe“ entspricht, und damit so lange, bis die Beine gestreckt sind und die Füße vom Boden abheben. Zu diesem Zeitpunkt hat sein Körper durch die Beschleunigung eine spezifische Geschwindigkeit erreicht und wird durch die Schwerkraft wieder abgebremst, so dass er nach Erreichen der bei dieser Geschwindigkeit maximalen Sprunghöhe wieder zu Boden fällt.

h_{\max}	maximale Sprunghöhe
h_a	Beschleunigungsweg
t_a	Beschleunigungszeit
v_0	Geschwindigkeit beim Absprung
a	Beschleunigung
F	Sprungkraft
g	Schwerebeschleunigung
F_g	Gewichtskraft
m	Masse des Springers
E_{pot}	Potentielle Energie
E_{kin}	Kinetische Energie



Credit: Inga Gryl, [CC BY SA 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/)

Der Sprungkraft wirkt die Gravitationskraft entgegen. Die Beschleunigung errechnet sich daher nach $F = m \cdot a$ zu

$$a = \frac{(F - F_g)}{m}.$$

Weil die Gewichtskraft sich aus der Schwerebeschleunigung und der Masse des Körpers mit $F_g = m \cdot g$ errechnet, kann dies in die Formel eingesetzt werden:

$$a = \frac{(F - m \cdot g)}{m} = \frac{m \left(\frac{F}{m} - g \right)}{m} = \frac{F}{m} - g$$

Für eine gleichmäßig beschleunigte, geradlinige Bewegung gilt in diesem Spezialfall, in dem sowohl Ausgangsweg als auch Ausgangsgeschwindigkeit 0 sind: $v_0 = a \cdot t_a$ und $h_a = \frac{a}{2} \cdot t_a^2$.

Damit berechnet sich die Absprunggeschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2a \cdot h_a}$.

Diese Geschwindigkeit entspricht einer kinetischen Energie der Größe $E_{kin} = \frac{m}{2} \cdot v_0^2$, die bei maximaler Sprunghöhe vollständig in potentielle Energie $E_{pot} = m \cdot g \cdot h_{max}$ umgesetzt ist. Durch Gleichsetzung beider Energien und Umstellen erhält man eine weitere Darstellung für v_0 , $v_0 = \sqrt{2g \cdot h_{max}}$, die mit der obiger Darstellung von v_0 gleichgesetzt werden kann: $g \cdot h_{max} = a \cdot h_a$.

a kann durch $a = \frac{F}{m} - g$ (siehe oben) ersetzt werden und das Ganze nach der maximalen Sprunghöhe umgestellt werden:

$$\rightarrow h_{max} = \left(\frac{F}{m \cdot g} - 1 \right) \cdot h_a$$

Mit dieser Gleichung kann die maximale Sprunghöhe auf dem Mond unter Zuhilfenahme der Schwerebeschleunigung g des Mondes dann berechnet werden, wenn die Masse m des Astronauten (inklusive seines Raumanzuges) und seine Hocktiefe (Beschleunigungsweg) h_a bekannt sind und wenn zuvor seine Sprungkraft aus irdischen Messungen berechnet wurde. Dazu wird die Gleichung nach F umgestellt:

$$\rightarrow F = \left(\frac{h_{max}}{h_a} + 1 \right) \cdot m \cdot g$$

Es wird die auf der Erde gemessene Sprunghöhe h_{max} eingetragen, wobei seine Masse m mit der dabei getragenen irdischen Kleidung ebenso wie die Schwerebeschleunigung der Erde berücksichtigt werden.

Berechne für einen Astronauten die Sprunghöhe auf dem Mond mit Hilfe der beiden hergeleiteten Gleichungen!

Er wiegt 80 kg, trägt auf der Erde Bekleidung mit der Masse von 1 kg trägt und auf dem Mond einen Raumanzug der Masse von 82 kg. Er springt auf der Erde 40 cm hoch. Er beugt die Knie vor dem Sprung so weit, dass der einen Weg von 30 cm zum Beschleunigen hat.

Stelle Vermutungen an, warum die berechnete Sprunghöhe trotzdem noch höher als die auf den Videoaufzeichnungen erkennbare ist!

Stichworte:

- Auswirkungen eines Raumfluges auf den menschlichen Körper
- Beweglichkeit im Raumanzug und in den sehr steifen Stiefeln
- Sicherheitsrisiken

Überlege, welche Werte du für den Mondsprung in welcher Weise modifizieren müsstest, damit sie die Bedingungen realistischer widerspiegeln!

Quellen

Grimm, H. (2007): Mondhochsprung. <<http://www.wissenschaft-technik-ethik.de/moonjump.html>>.
 Thaller, S. (2003): Hochsprung auf dem Mond. In: Physik in unserer Zeit 34, 2, 87-89.

Zusatzaufgabe für Schnelle

Schreibe eine Tabelle in einem Tabellenkalkulationsprogramm, mit der du unter Verwendung der beiden Formeln „automatisch“ die Sprunghöhe bereitwilliger Klassenkameraden (mit Hilfe von gemessener irdischer Sprunghöhe und Masse) berechnen kannst!