

## Die Zustandsgrößen der Sterne

Zustandsgrößen werden in der Physik eingesetzt, um den Zustand eines Systems zu beschreiben. Auch hinter der Aussage „Ein Liter kochendes Wasser“ verbirgt sich nichts anderes als die Beschreibung eines Systems Wasser mit  $T = 100\text{ °C}$  und  $V = 0,001\text{ m}^3$ . Die Schüler sollen durch die folgenden Aufgaben oder Textabschnitte ein Gefühl für die Wertebereiche der Zustandsgrößen von Sternen bzw. der Sonne erhalten.

Wir werden uns mit den Größen Helligkeit, Leuchtkraft, Farbe, Spektraltyp, Masse, Radius, Dichte, Schwerebeschleunigung, Temperatur, Rotation, Magnetfeld und chemische Zusammensetzung beschäftigen. Wie schon erwähnt, lassen sich einige dieser Zustandsgrößen direkt beobachten, andere müssen erst errechnet werden.

## Helligkeit

Die Helligkeit ist keine echte Zustandsgröße, da sie von der Entfernung des Sterns abhängt. Man unterscheidet daher in der Astronomie zwischen *scheinbarer* oder *visueller Helligkeit*, das ist die Helligkeit, mit der ich ein Himmelsobjekt am Nachthimmel wahrnehme, und der *absoluten Helligkeit*, das ist die Helligkeit, die ein Stern hätte, wenn er in einer Entfernung von 10 Parsec (=32,6 Lichtjahre) stehen würde. Die Helligkeit wird gemessen in Größenklassen  $m$  (von lat. magnitudo, Größe). Die Helligkeitsskala ist logarithmisch, angepasst an die Sinneswahrnehmung des Menschen (und der meisten Tiere), die dem Logarithmus des Reizes proportional ist (vgl. Akustik). Ein Helligkeitsunterschied von 1:100 entspricht hierbei einem Unterschied von 5 Größenklassen. Je kleiner der  $m$  ist, desto heller ist der Stern. Die Sonne hat eine scheinbare Helligkeit von -26,8 mag, im Vergleich dazu hat der Stern Wega im Sternbild Schwan (per Definition) eine visuelle Helligkeit von 0 mag. Das menschliche Auge kann Sterne bis zur 6. Größenklasse am Himmel erkennen.

Die absolute Helligkeit  $M$  und die scheinbare Helligkeit  $m$  eines Sterns im Abstand von  $r$  Parsec zur Erde hängen über die folgende Gleichung zusammen (*Entfernungsmodul*):

$$m - M = 5 \log r - 5$$

1 Parsec = 1 pc = 3,2633 Lichtjahre,

1 Lichtjahr = 1 Lj =  $9,4605 \cdot 10^{12}$  km = 63240 AE

1 AE = 1 Astronomische Einheit = 149,6 Mio km

Ein Lichtjahr ist die Entfernung, die das Licht in einem Jahr zurücklegt.

Eine Astronomische Einheit ist die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne.

### Aufgabe:

Vergleiche die scheinbaren Helligkeiten der folgenden Himmelsobjekte miteinander. Wo es Sinn macht berechne auch die absoluten Helligkeiten. Achte auf die Einheiten!

<i>Himmelskörper</i>	<i>Scheinbare Helligkeit</i>	<i>Abstand von der Erde</i>
Sonne	-26,8 mag	1 AE
Mond	-12,5 mag	384 400 km
Venus	-4,4 mag	0,732 AE
Sirius	-1,5 mag	8,6 Lj
Alnilam (mittl. Gürtelstern des Orion)	1,7 mag	1300 Lj
Neptun	7,8 mag	30 AE

## Leuchtkraft

Die Strahlungsleistung der Sonne beträgt  $L = 3,82 \cdot 10^{26}$  W. Das ist eine Zahl mit 26 Nullen!

### Aufgabe:

Berechne, wie hoch die Energieproduktion der Sonne pro Liter Sonnenmaterie ist und vergleiche sie mit dem Energieumsatz eines Menschen (0,01 W/l) und einer Kerzenflamme (1000 W/l). Die gesamte Energieproduktion vollzieht sich ausschließlich im Kern ( $R_k = \frac{1}{4} R$ ,  $R = 6,96 \cdot 10^8$  m).

### Lösung:

Der Sonnenkern hat ein Volumen von

$$V = \frac{4}{3} \pi R_k^3$$

Daraus folgt durch Einsetzen:  $L/V = 0,0172$  W/l.

Das erscheint ziemlich wenig! Das liegt daran, dass die Temperatur im Kern für diese Fusionsreaktion eigentlich zu gering ist. Dass es doch zu der Verschmelzung von Wasserstoff zu Helium kommt, lässt sich durch den quantenmechanischen *Tunneleffekt* erklären, der die Fusion mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zulässt. Dadurch geht die Sonne auch sparsamer mit ihren Energievorräten um und kann über einen langen Zeitraum konstant brennen!

## Farbe

### Aufgabe:

Betrachte im Zentralen WiS!-Dokument das Sternfeld-Bild auf der ersten Seite.  
Was fällt auf?

### Lösung:

Die Sterne haben unterschiedliche Größen und unterschiedliche Farben.

Was könnte die unterschiedlichen Farben verursachen?

Dazu zwei Hilfestellungen:

1. Im Artikel steht folgender Hinweis: Metall wird mit einer Lötlampe erhitzt und verfärbt sich je nach Temperatur.
2. Die Schüler sollen sich eine Kerzenflamme vorstellen: Ist die Flamme einfarbig? Am Docht ist es heißer als außen, die Flamme ist dort bläulich/weiß. Die Flammenmitte ist schon nicht mehr so heiß, sie ist eher gelblich. Der Flammenrand ist orange-rötlich. Dort ist es am kältesten.

Genauso verhält es sich mit den Sternen: Farbe und Temperatur sind also nicht unabhängig voneinander!

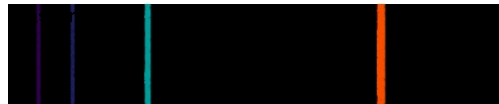
## Spektraltyp

Jeder leuchtende Körper sendet ein für ihn charakteristisches Licht aus, das sich z.B. durch ein Prisma in seine Einzelkomponenten zerlegen lässt (Spektrum). Glühende feste und flüssige Körper sowie unter hohem Druck stehende Gase zeigen ein kontinuierliches Spektrum, heiße Gase Linien- oder Bandenspektren. Das Spektrum eines Sterns ist gewöhnlich ein kontinuierliches Spektrum mit dunklen Absorptionslinien und in manchen Fällen aufgeprägten Emissionslinien.

Weißes Licht:



Wasserstoff:



Helium:



Die Sterne werden in verschiedene Spektralklassen unterteilt, je nach Aussehen des Spektrums. In der folgenden Tabelle sind einige Eigenschaften und Beispielsterne der Spektralklassen O, B, A, F, G, K, M, R, S und N zusammengestellt.

Weitere Spektralklassen, wie z.B. Q (Novae), P (P Cygni-Sterne, Planetarische Nebel) und W (Wolf-Rayet-Sterne) sind seltener und hier nicht berücksichtigt.

<i>Klasse</i>	<i>Linien</i>	<i>Farbe</i>	<i>Temperatur-in K</i>	<i>Beispiel</i>
O	He <sup>++</sup> , He <sup>+</sup>	blau	28000 - 50000	mittlerer Gürtelstern Orion
B	He <sup>+</sup> , H, O <sup>+</sup>	blau-weiß	9900 - 28000	Rigel, Spica
A	H, K, Ca <sup>+</sup>	weiß	7400 - 9900	Wega, Sirius
F	Ca <sup>+</sup> , Fe, Ti, H	weiß-gelb	6000 - 7400	Procyon
G	Ca <sup>++</sup> , Metalle	gelb	4900 - 6000	Kapella, Sonne
K	Ca, TiO	orange	3500 - 4900	Arktur, Aldebaran
M	TiO	rotorange	2000 - 3500	Beteigeuze, Antares
R	CN, CO, C	rotorange	3500 - 5400	- -
S	ZrO, CN	rotorange	2000 - 3500	- -
N	C	rot	1900 - 3500	- -

## Masse

Die Sonne hat eine Masse von  $M = 1,989 \cdot 10^{30}$  kg. Andere Sternenmassen lassen sich direkt nur bei Doppelsternen oder bei kompakten Objekten aus der Rotverschiebung berechnen. Wegen der beschränkten Möglichkeiten konnten bisher aber nur für wenige Sterne zuverlässige individuelle Messwerte der Sternenmasse ermittelt werden. Die meisten Sterne haben Massen im Bereich von 0,5 bis 10 Sonnenmassen, Extremwerte liegen bei 0,5 und 80 Sonnenmassen. Es existiert eine obere und eine untere Grenzmasse für Sterne: Sterne mit Massen größer als etwa 80 bis 100 Sonnenmassen sind instabil, sie stoßen soviel Materie ab,

bis sie den Instabilitätsbereich verlassen haben. Objekte mit Massen geringer als 0,08 Sonnenmassen werden keine Sterne (im eigentlichen Sinn), da in ihnen keine Kernreaktionen zur Energiefreisetzung ablaufen können.

Bei unserer Sonne ist die Bestimmung der Masse sehr einfach: sie lässt sich durch das 3. Keplersche Gesetz berechnen.

**Aufgabe:**

Bestimme die Masse der Sonne durch das 3. Keplersche Gesetz in Verbindung mit dem Gravitationsgesetz!

**Lösung:**

Zwei Körper der Massen  $m_1$  und  $m_2$ , umkreisen ihren gemeinsamen Schwerpunkt im Abstand  $a_1$  bzw.  $a_2$ . Es gilt:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2 \cdot a_2$$

Mit  $a = a_1 + a_2$  folgt:

$$m_1 \cdot a_1 = m_2(a - a_1) = m_2 a - m_2 \cdot a_1$$

$$a_1 = a \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

Die Anziehungskraft ist gleich der Zentrifugalkraft:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{a^2} = \frac{m_1 v_1^2}{a_1} = \frac{m_1}{a_1} \left( \frac{2\pi a_1}{T} \right)^2 = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 m_1 a_1$$

Ersetzen von  $a_1$  und Umordnen der Faktoren ergibt:

$$\gamma \frac{m_1 + m_2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{T^2}$$

Da die Masse  $m_1$  der Sonne sehr viel größer ist als die Masse  $m_2$  eines einzelnen Planeten, gilt:

$$m_1 + m_2 \approx m_1 = M$$

Damit ergibt sich für die Masse  $M$  der Sonne

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{\gamma T^2}$$

Für  $a$  bzw.  $T$  werden jetzt entsprechende Werte der Planeten Erde, Mars oder Jupiter etc. eingesetzt. Es ergibt sich  $M = 1,989 \cdot 10^{30}$  kg.

**Radius**

Da ein Stern eine selbstleuchtende Gaskugel ist, bei der die Dichte nach außen hin kontinuierlich abnimmt, gibt es keine feste äußere Grenze. Daher haben sich die Astronomen darauf geeinigt, die Photosphäre eines Sterns als Sternoberfläche zu nehmen. Ihr Durchmesser ist gleich dem Sternendurchmesser. Ist die Entfernung zu einem Stern und dessen scheinbarer Durchmesser (Winkeldurchmesser) bekannt, so kann man mittels trigonometrischer

Überlegungen den wahren Durchmesser errechnen. Dies geht aber nur bei der Sonne und bei Sternen, die sich als Scheibchen im Teleskop darstellen. Das Wertespektrum der Sterndurchmesser reicht von 10 bis 15 km bei Neutronensternen über Planetengröße bei den Weißen Zwergen bis hin zu einigen 1000 Sonnendurchmessern bei den Überriesen. Die Durchmesser der meisten Sterne liegen bei etwa 0,5 bis 10 Sonnendurchmessern (siehe auch *Beobachtungsvorschläge.pdf*).

**Aufgabe:**

Bestimme den Radius  $R$  der Sonne. Nimm dazu ein Stück Pappe mit einem kleinen Loch darin (Blende) und bringe es so an, dass die Sonne hindurch scheinen kann. Auf einem Stück Papier (im Abstand  $l$ ) hinter der Blende ist die Sonnenscheibe (Radius  $r$ ) zu sehen ist. Der Abstand  $L$  der Blende zur Sonne ist bekannt ( $L = 1 \text{ AE} = 149 \text{ Mio km}$ ). Mache dazu eine Skizze.

**Lösung:**

Der Radius der Sonne beträgt 0,696 Mio km.

**Aufgabe:**

Wie oft passt die Sonne in den Abstand Erde-Sonne hinein?

**Lösung:**

149 Mio km / 1,392 Mio km = 107

**Dichte**

Die Dichte eines Probekörpers gibt an, welche Masse er im Verhältnis zu seinem Volumen hat. Wasser hat z.B. eine Dichte von  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 = 1 \text{ g/cm}^3$ .

**Aufgabe:**

Berechne die mittlere Dichte der Sonne. Könnte sie in einem See schwimmen?

$M = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ,  $R = 6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$

**Lösung:**

Eine Kugel hat ein Volumen von

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Damit ergibt sich für die Sonne eine mittlere Dichte von

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3} = 1410 \text{ kg/m}^3 = 1,41 \text{ g/cm}^3$$

Das heißt, unsere Sonne könnte nicht in Wasser schwimmen! Auch alle anderen Planeten mit Ausnahme des Saturns würden in einem derartigen kosmischen See untergehen.

Die Dichte der Sonne ist auch nicht überall gleich. Im Kern beträgt sie ca.  $100 \text{ g/cm}^3$  (das ist 10 mal höher als die Dichte von Blei), während sie am Sonnenrand nur noch  $0,0001 \text{ g/cm}^3$  beträgt. Faktisch liegen 90% der Sonnenmasse innerhalb des halben Radius und man könnte sich fragen, ob die Sonne nicht eigentlich nur halb so groß ist, wie sie scheint.

## Schwerebeschleunigung

Mit welcher Kraft ein Probekörper der Masse  $m$  im Schwerfeld des Körpers mit der Masse  $M$  beschleunigt wird, errechnet sich mit dem *Newtonschen Gravitationsgesetz*.  $r$  ist der Abstand von  $m$  zum Massenzentrum von  $M$ ,  $\gamma$  ist die Gravitationskonstante:

$$F = \gamma \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Durch diese Kraft wird der Probekörper beschleunigt:

$$F = m \cdot a$$

Gleichsetzen und nach  $a$  auflösen ergibt

$$a = \frac{\gamma \cdot M}{r^2}$$

Man bemerke, dass die Beschleunigung unabhängig von der Probemasse ist, das heißt eine Feder und ein Hammer würden (im luftleeren Raum) gleich schnell auf den Boden fallen!

### Aufgabe:

Berechne die Schwerebeschleunigung der Sonne auf ihrem Rand.

$$M = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}, R = \text{Radius Sonne} = 6,96 \cdot 10^{18} \text{ m}, \gamma = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

### Lösung:

Einsetzen in die Formel ergibt eine Beschleunigung von  $a = 274 \text{ ms}^{-2}$ . Das entspricht der 28-fachen Erdbeschleunigung ( $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ ). Wir würden uns also auf der Sonnenoberfläche also 28mal so schwer fühlen, wie auf der Erde.

### Aufgabe:

Berechne die Schwerebeschleunigung auch für den Mond und einige Planeten. Suche die benötigten Parameter in der Literatur.

## Temperatur

Wenn wir in der Astronomie von Temperatur reden, ist dieser Begriff mehrdeutig. Es gibt die effektive Temperatur, die Strahlungstemperatur, die Schwarze Temperatur, die Farbtemperatur usw. Dahinter steckt im Wesentlichen ein Hinweis auf das Verfahren, mit dem man den Temperaturwert erhalten hat. Die Temperatur wird in Grad Kelvin gemessen, diese Skala beginnt beim absoluten Nullpunkt ( $-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Damit ist  $0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$ .

Uns interessiert die *Effektivtemperatur*, das ist die Temperatur eines Schwarzen Körpers, der je Flächen- und Zeiteinheit die gleiche, über alle Spektralbereiche aufsummierte Energie aussendet wie der untersuchte Körper. Die effektive Temperatur eines Sternes ist gleich der Temperatur seine Photosphäre, da aus dieser das Licht und damit die spektrale Information zur Erde gelangt. Daher lässt sich diese Temperatur direkt aus dem gewonnenen Spektrum ablesen. Die Effektivtemperaturen der Sterne liegen je nach Spektralklasse zwischen 2500 und 50 000 K; in Einzelfällen (z.B. bei Planetarischen Nebeln) kann die Temperatur des Zentralsterns auch bei 200 000 K liegen. Die Effektivtemperatur der Sonne beträgt 5770 K, die Temperatur im Innern der Sonne etwa 16 Mio K.

## Rotationsgeschwindigkeit

Bei Hauptsternen betragen die größten bisher gemessenen Rotationsgeschwindigkeiten etwa 550 km/s, die maximalen Rotationsperioden liegen in der Größenordnung von etwa einem halben Tag. Es besteht bei Sternen mit hoher Rotation die Gefahr, dass sich Materie vom Stern ablöst. Dies lässt sich in seinem Spektrum sehen. Riesen- und Überriesensterne haben im Mittel kleinere Rotationsgeschwindigkeiten.

Die Sonne hat am Äquator eine Rotationsgeschwindigkeit von 1,93 km/s. Ihre Rotation dauert am Äquator 25 Tage, zu den Polen hin wird sie aber langsamer und beträgt bei 60° schon 29 Tage. Dieser Unterschied in der Dauer eines Sonnentages wird als *differenzielle Rotation* bezeichnet.

## Magnetfeld

Das Magnetfeld der Sonne ist nicht sehr stark (1 bis  $2 \cdot 10^4$  Tesla). Bei Weißen Zwergen liegt es zwar etwas höher, nämlich im Bereich von  $10^2$  bis  $5 \cdot 10^4$  Tesla, aber wirklich hohe Feldstärken erreichen erst die Pulsare mit  $10^8$  Tesla (zum Vergleich: das Magnetfeld der Erde beträgt  $5 \cdot 10^{-5}$  Tesla.).

## Chemische Zusammensetzung.

Eben entstandene Sterne, bei denen das Wasserstoffbrennen gerade eingesetzt hat, sind noch chemisch homogen. Ihr Gewichtsanteil beträgt 60 bis 70% Wasserstoff, etwa 2 bis 3 % schwere Elemente (schwerer als Helium) und der Rest ist Helium. Im Laufe seiner Entwicklung wandelt der Stern einen Teil seines Wasserstoffvorrates in Helium um, und je nach Ausgangsmasse des Sterns geht diese Entwicklung noch weiter. Es kommt zur Bildung von Kohlenstoff-, Sauerstoff- und Neonatomen, sowie später Magnesium-, Schwefel- und schließlich Eisenatomen. Bis dorthin wird bei der Fusion Energie frei. Die Bildung von noch schwereren Elementen als Eisen ist aber mit einer Energieaufnahme verbunden. Dies geschieht tatsächlich, wenn schwere Sterne sterben, z.B. bei einer Supernova-Explosion. Jedes Kohlenstoffatom in unserem Körper, jedes Sauerstoffatom in der Luft ist in einem Vorgängerstern unserer Sonne entstanden und bei seinem Toteskampf wieder in das Weltall zurückgegeben worden. Wir sind also die Asche der Sterne.