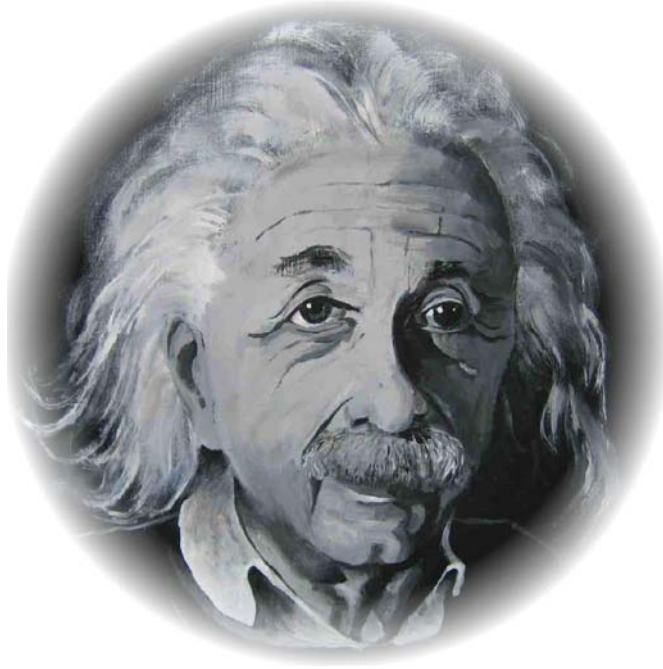


## Eine Unterrichtseinheit zum Thema „Relativitätstheorie“ (2. Teil)

Dirk Brockmann

### 1. Vorbemerkung



Im Folgenden sollen im Sinne eines Ausblicks Unterrichtsübungen zum Thema „Allgemeine Relativitätstheorie“ vorgestellt werden.

Zielgruppen sind dabei Schülerinnen und Schüler von Kursen auf erhöhtem bzw. interessierten Kursen auf grundlegendem Anforderungsniveau im dreizehnten Jahrgang. Besonderer Wert wird hier auf die unmittelbare Einsetzbarkeit des vorgeschlagenen Materials zur Auswertung der Sonnenfinsternisdaten (s.u.) gelegt.

Im Folgenden werden Möglichkeiten zur Veranschaulichung des von Einstein im Rahmen seiner allgemeinen Relativitätstheorie vorhergesagten Effektes der Lichtablenkung in Gravitationsfeldern vorgestellt. Danach

wird eine Anleitung zur Auswertung von Beobachtungsdaten von Sternfeldpositionen während der Sonnenfinsternis von 1922 gegeben. Die Abweichungen der beobachteten Sternörter von den erwarteten werden mit einem aus der klassischen Physik heraus entwickelten Modell abgeglichen. Dabei zeigt sich eine Abweichung um den Faktor zwei, der im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie plausibel ist. An dieser Stelle wird deshalb eine Grenze des Gültigkeitsbereiches der klassischen Physik aufgezeigt, wenn auch die Einzelheiten bei der Herleitung der Einsteinschen Formeln im Rahmen der Schulphysik nicht erbracht werden können.

### 2. Einordnung und Fachübergreifende

Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag		
Physik	Relativitätstheorie	Allgemeine Relativitätstheorie, Gravitation, Raumkrümmung, Potentialtrichter, Lichtablenkung,
Astronomie	Kosmos	„Zerrbilder“ ferner Galaxien (Galaxienbögen, Mehrfachabbildungen)
Fächer- verknüpfung	Astro-Mathematik	Trigonometrie, Nutzung des Grafikrechners

### 3. Veranschaulichung der Raumkrümmung durch einen „Potentialtrichter“

Modelle für Potentialtrichter können auf vielfältige Weise hergestellt werden. Im einfachsten Fall spannt man einen Müllsack oder ein dehnbares Gewebe über einen Holzrahmen und beschwert die Stelle, die das Gravitationszentrum darstellen soll, mit einem Gewicht, etwa einer Stahlkugel. Interessanterweise eignen sich auch einige Lampenschirme oder Obstschalen in der Form eines solchen Potentialtrichters. Auf dem Bild ist beispielsweise ein Lampenschirm zu sehen, der, auf dem Kopf stehend, in die Platte eines ausgedienten Tisches integriert wurde. Den Schülerinnen und Schülern muss in diesem Zusammenhang verdeutlicht werden, dass hier nur das Gravitationsfeld in einer Ebene modelliert wurde, die dritte Dimension, in die der Trichter wächst, steht hier für das Maß des Gravitationspotentials am jeweiligen Orts der Ebene. Man kann mit diesem Modell also, von oben betrachtet, den Bewegungsablauf eines Teilchens im Gravitationsfeld der zentralen Masse beobachten, indem man beispielsweise eine Murmel über die Ebene rollen lässt. Mit etwas Geschick bekommt man sogar elliptische Bahnen hin...



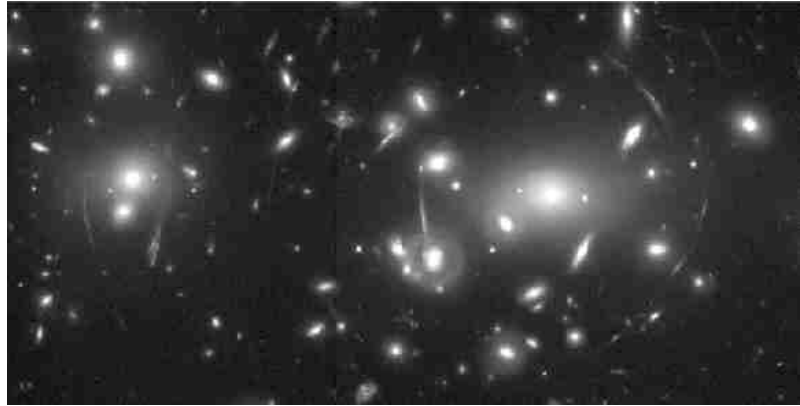
Den Schülerinnen und Schülern muss in diesem Zusammenhang verdeutlicht werden, dass hier nur das Gravitationsfeld in einer Ebene modelliert wurde, die dritte Dimension, in die der Trichter wächst, steht hier für das Maß des Gravitationspotentials am jeweiligen Orts der Ebene. Man kann mit diesem Modell also, von oben betrachtet, den Bewegungsablauf eines Teilchens im Gravitationsfeld der zentralen Masse beobachten, indem man beispielsweise eine Murmel über die Ebene rollen lässt. Mit etwas Geschick bekommt man sogar elliptische Bahnen hin...

### 4. Das zerbrochene Weinglas

Eine geeignete Modellierung des gekrümmten Raums wird von Herrn Lotze in [Lo04] beschrieben. Hier werden die Wirkungen der Raumkrümmung durch eine speziell geformte Glaslinse mit ihrem gegen Luft höheren Brechungsindex simuliert. Eine Laune der Natur und Technik will es, dass die kostspielig herzustellende Speziallinse in guter Näherung durch einen abgebrochenen Weinglasfuß ersetzt werden kann. Betrachtet man durch diesen ein kleines aber unverzerrtes Bild einer Galaxie (beispielsweise auf einer Kopie des sogenannten *Hubble Ultra Deep Field*, zu beziehen von der NASA Homepage), so verformt es sich anschaulich zu einem Bogen. Bei geschickter Haltung des Linsensatzes können sogar zwei Bilder derselben Galaxie gesehen werden...

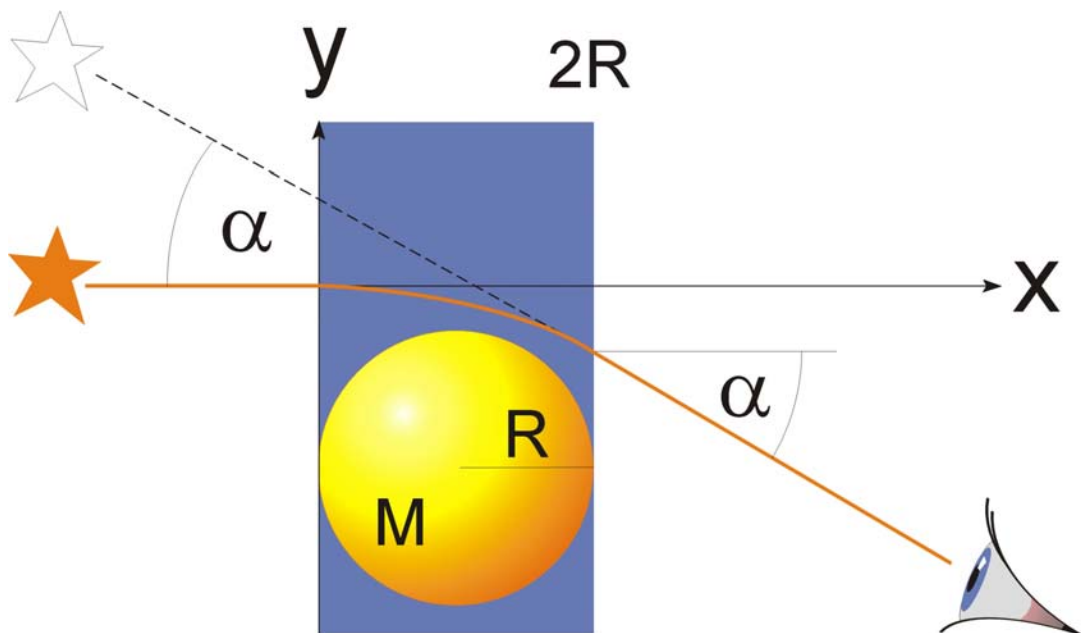


Die beobachteten Erscheinungen können dann mit realen Aufnahmen moderner Großteleskope verglichen werden. Schöne Beispiele für Galaxienbögen finden sich beispielsweise im Galaxienhaufen Abell 2218 (rechts). Benutzt man im Unterricht eine Farbaufnahme des Galaxienhaufens, wie man sie leicht im Internet bekommt, werden



Schüler mit der Kenntnis des optischen Dopplereffektes möglicherweise vermuten, dass sich die gelblich erscheinenden Galaxien im Vordergrund der Aufnahme befinden, die bogenförmigen, rötlichen Galaxien weiter hinten. Es kann in diesem Zusammenhang erwähnt werden, dass von der Galaxienfarbe nicht unbedingt auf deren Entfernung geschlossen werden kann. Vielleicht vermuten die Schüler an dieser Stelle bereits, dass die Vordergrundgalaxien Einfluss auf die Form der weiter hinten liegenden nehmen. Als späteren, zusätzlichen Impuls kann das bemerkenswerte Resultat von (spektralen) Auswertungen des Bildes eingestreut werden, dass einige der Bögen offensichtlich dieselbe Galaxie darstellen. Man kann an dieser Stelle eine lebhafte Diskussion über Mechanismen der Entstehung der Bögen erwarten.

### 5. Auswertung der Sternortvermessung von W. W. Campbell (1922, veröffentlicht 1923)



Zunächst sollen zwei Funktionen aufgestellt werden, die den Winkel, um den das Sternenlicht am Sonnenrand gebogen wird, in Abhängigkeit vom minimalen Abstand des Lichtstrahles vom Sonnenmittelpunkt angeben. Die erste entspringt der klassischen Physik und bedient sich einiger Näherungen, ist dafür aber mit dem Kenntnisstand von Schülerinnen und Schülern der Oberstufe entwickelbar. Die zweite folgt aus den Überlegungen Albert Einsteins und muss

gegeben werden, da die entsprechenden Formeln nicht mit den Mitteln der Schulphysik erschlossen werden können. Der Sinn der hier beschriebenen Aufgabe besteht folglich darin, den Schülern zu verdeutlichen, dass sich auf Grund der beobachtbaren Phänomene die Notwendigkeit einer neuen physikalischen Theorie ergibt, die man sich bei Interesse in einem Studium erschließen kann. Sie liefert so neben interessanten Beobachtungstatsachen einen Ausblick auf die moderne Physik und grenzt diese deutlich von der klassischen Physik ab, indem sie zeigt, dass die klassischen Gesetze in diesem Kontext keine Gültigkeit mehr haben. Die Schüler sollen im Plenum eine Näherung für den Ablenkwinkel  $\alpha$  entwickeln. Dies kann auf differentiell Wege erreicht werden (siehe [Hö02]). Möglich ist aber auch, dass die Schüler eine Analogie zur Ablenkung von Elektronen in einem homogenen Kondensatorfeld sehen und mit den Bewegungsgleichungen argumentieren: Für die Geschwindigkeit in waagerechter Richtung ergibt sich:

$$v_w = c$$

für die Geschwindigkeit in senkrechter Richtung mit dem Newtonschen Gravitationsgesetz:

$$v_s = g \cdot t = \left( \frac{G \cdot M}{R^2} \right) \cdot t.$$

Nimmt man in guter Näherung an, dass ein Lichtstrahl lediglich abgelenkt wird, wenn er sehr nahe an der Sonne vorbeiläuft (Abstand ungefähr gleich  $R$ ) und sich im blau unterlegten Bereich der Länge  $2 \cdot R$  befindet, gilt:  $t = 2 \cdot R/c$ . Ein trigonometrischer Ansatz liefert dann folgende Gleichung:

$$\alpha(R) \approx \tan^{-1} \left( 2 \cdot \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot R} \right).$$

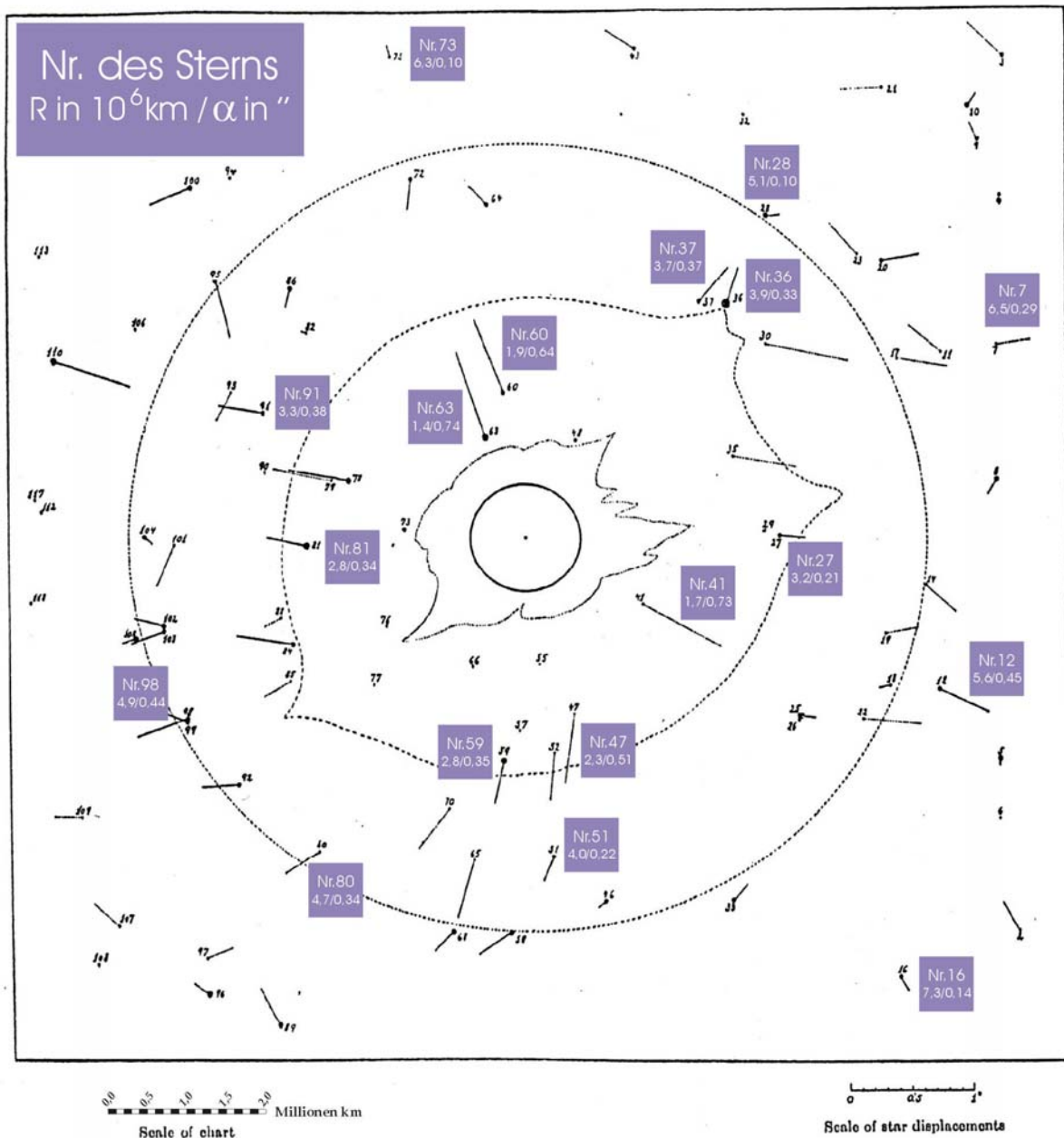
Die Erarbeitung obiger Formel kann das Ziel einer Unterrichtsstunde sein. Im weiteren Verlauf soll nun die erarbeitete Formel untersucht werden. Dazu werden Beobachtungsdaten von Sternpositionen während der Sonnenfinsternis von 1922 verteilt. Die entsprechende graphische Darstellung aus der Originalveröffentlichung von 1923 ([Ca22]) findet sich im Anhang und kann als Arbeitsblatt so direkt genutzt werden.

Den Schülerinnen und Schülern **wird die Aufgabe gegeben**, die Ablenkwinkel  $\alpha$  in Grad sowie die Abstände  $R$  in Millionen Kilometern von der Sonnenmitte (am Ort der Sonne) für mehrere dargestellte Sterne zu vermessen und in ihre Taschenrechner einzugeben. Diese Entfernungen können mit Hilfe der linken Skala („Scale of chart“) vermessen werden. Bei den stark übertrieben dargestellten Abweichungen der Sternpositionen (rechte Skala unter dem Beobachtungsblatt: „Scale of star displacements“) muss berücksichtigt werden, dass diese in Winkelsekunden skaliert sind und vor der Eingabe in den Taschenrechner erst mittels einer Division durch 3600 in die Einheit Grad überführt werden müssen (Es soll in dem den Schülerinnen und Schülern vertrauten Gradsystem und nicht in dem in der Astronomie gebräuchlichen Bogenmaß gearbeitet werden).

### 6. Musterlösung

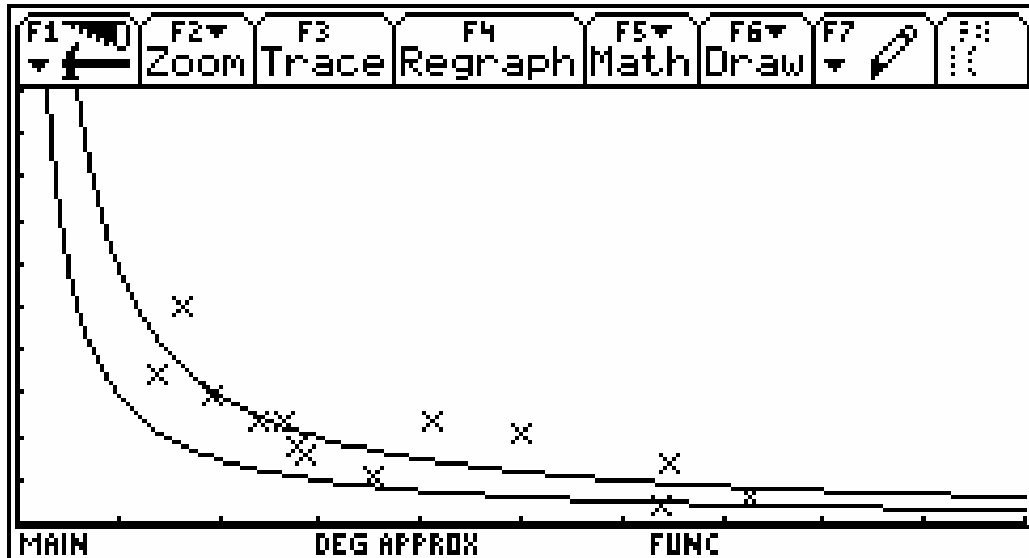
Vorzugsweise sollten im Zuge der Auswertung Sterne ausgewählt werden, deren beobachteter Ort radial von der Sonnenmitte aus versetzt erschien. 18 solche Sterne sind in dem folgenden Lösungsschema exemplarisch vermessen worden und die Messwerte in der nachstehenden Tabelle notiert:

Nr.	R / 10 <sup>6</sup> km	$\alpha$ / ''	Nr.	R / 10 <sup>6</sup> km	$\alpha$ / ''
7	6,5	0,29	51	4,0	0,22
12	5,6	0,45	59	2,8	0,35
16	7,3	0,14	60	1,9	0,64
27	3,2	0,21	63	1,4	0,74
28	5,1	0,10	73	6,3	0,10
36	3,9	0,33	80	4,7	0,34
37	3,7	0,37	81	2,8	0,34
41	1,7	0,73	91	3,3	0,38
47	2,3	0,51	98	4,9	0,44



Die grafische Auswertung der Messungen kann auf Papier erfolgen oder mit Hilfe von grafikfähigen Rechnern, wie sie in vielen Bundesländern bereits in der SEK I verpflichtend eingeführt sind. Der Vorteil dieser Rechner liegt darin, dass sie jederzeit verfügbar sind, der Nachteil in der recht groben Auflösung.

Ebenfalls wird die obige Formel als  $\alpha(R)$  eingegeben. Formel und Messwerte können dann grafisch dargestellt werden. Es sollte sich zeigen, dass die Messwerte im Vergleich zur Funktion  $\alpha(R)$  (unterer Graph) zu hoch liegen.



Der von Albert Einstein berechnete Verlauf (oberer Graph) trifft die Messwerte aber recht gut. Er ergibt sich wie folgt:

$$\tan(\alpha) = 2 \cdot \frac{G \cdot M}{v^2 \cdot R} + 2 \cdot \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot R} \xrightarrow{v \rightarrow c} \alpha(R) = \tan^{-1} \left( 4 \cdot \frac{G \cdot M}{c^2 \cdot R} \right).$$

Der erste Summand entstammt dabei dem Äquivalenzprinzip, der zweite der Raumkrümmung.

## 7. Lernziele

Die Schülerinnen und Schüler sollen...

- an Hand der Fotografien die Linsenwirkung von Galaxien erkennen und beschreiben.
- am Potentialtrichtermodell experimentieren.
- die beschriebene Formel herleiten.
- die geforderten Parameter für verschiedene Sterne vermessen und in die Tabellenkalkulation ihrer Rechner eingeben.  
Sie sollen die Funktion(en) gemäß der hergeleiteten Formel(n) eingeben.
- die Abweichung der Messdaten von der theoretischen Kurve beschreiben und beurteilen.
- auf Grund der Befunde die Notwendigkeit einer modernen Physik erkennen.

## 8. Literatur

- [Ca22] W. W. Campbell, R. Trumpler: *Observations on the deflection of light in passing through the sun's gravitational field*: in: Lick Observatory Bulletin **Vol. XI**, Nr. 346, S. 41-54, 1923
- [Du00] Heinz Durner (Hrsg.): *E=mc<sup>2</sup> Eine Formel verändert die Welt*, Studien-Verlag Wünschmann, Kirchheimbolanden, 2000
- [GK07] Joachim Grehn, Joachim Krause: *Metzler Physik*, Schroedel Schulbuchverlag, Braunschweig, 2007
- [Hö02] Stefan Hölter: *Suche nach dunkler Materie*: Seminararbeit an der RWTH Aachen (Sommersemester 2002)
- [Ho97] Banesh Hoffmann: *Einsteins Ideen*, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1997
- [Li04] Klaus Lindner: *Die Lichtablenkung am Sonnenrand*: in: *Astronomie + Raumfahrt* **41** (2004) 5
- [Lo04] Karl-Heinz Lotze: *Eine gläserne "Gravitations"-Linse*: in: *Astronomie + Raumfahrt* **41** (2004) 5
- [Lo05] Karl-Heinz Lotze: *Wissenschaftsdidaktische Variationen über die Lichtablenkung am Sonnenrand*: in: *Praxis der Naturwissenschaften* **Jg. 54** 2005(4), S.29-37
- [Wi99] Johannes Wickert: *Einstein*, rororo, Reinbek, 1999

## Gemessene Sterndispositionen

vermessen während der totalen Sonnenfinsternis vom 21. September 1922 von W. W. Campbell, veröffentlicht unter dem Titel: *Observations on the deflection of light in passing through the sun's gravitational field* in: Lick Observatory Bulletin **Vol. XI**, Nr. 346, S. 41-54, 1923:

